14.12.3.9

THEORIA ET PRAXIS

GEOMETRIÆ.

Ac primum

De uſu Circini, &c.

Definitio.

GEometria eſt ſcientia lineas, ſuperficies & corpora bene metiendi.

Declaratio.

Geometria græcè tanquam terræ dimetiendæ ars dicitur. Primos ejus authores Ægyptios extitiſſe teſtis eſt Ioſephus Iudæorum Hiſtoricus: atque ex neceſſitate quæ artium inventrix eſt, enatam eſſe probat, quia in Ægypto ad terminos agrorum Nili inundationibus obrutos (unde poſt aquarum refluxum maxima inter incolas ſæpe contentio oriebatur, quia termini luto obducti ineerti erant) reſtituendos, primùm adhibita eſt.

Punctum eſt quod partem non habet, eſtque prineipium lineæ, & prima figura.

Linea eſt longitudo latitudinis expers.

Linea recta eſt, quæ intra ſuos terminos æqualiter interjacet. eſtque ſecunda figura.

Linea obliqua eſt, quæ intra ſuos terminos inæqualiter interjacet. eſtque tertia figura.

Angulus planus eſt duarum linearum ſeſe in eodem puncto tangentium, & ſi protrahantur, mutuo ibidem ſecantium, concurſus; planus dictus ad diſtinctionem anguli Sphærici. tales ſunt quarta, quinta & ſexta figura.

Angulus rectilineus eſt, quē duæ rectæ lineę continent. Vide quartā figuram.

Angulus obliquilineus eſt quem duæ obliquæ lineæ continent, ut eſt quinta figura.

Angulus mixtus eſt, quem recta & obliqua linea continent. talis eſt ſexta figura.

Angulus rectus eſt, eum recta ſuper rectam cadens, angulos vieinos inter ſe fecerit æquales: nam tum rectus eſt uterque æqualium illorum angulorum. ut videre eſt in ſeptima figura: ubi angulus A æqualis eſt angulo B.

Recta vero linea cadens & angulos illos æquales faciens, vocatur perpendieularis.

Obtuſus Angulus eſt, qui recto major eſt, uti angulus F D E in ſeptima figura.

Acutus vero qui recto minor eſt, ut angulus E D G in eâdem figurâ.

Lineæ parallelæ ſunt quæ ubique æqualiter diſtant, & ſi continuantur, nunquam concurrunt, ut in nona figura apparet.

BIBLIOTECA NAZ. VITT. EMANUELE ROMA

De Superficiebus.

SUperficies eſt lineatum duntaxat latum, ejuſque termini ſunt lineæ. tales ſunt figura decima eum ſeqq. aduſque trigeſimam ſecundam.

Superficies plana, eſt ſuperficies, quæ æqualiter intra ſuos terminos interjacet, omneſque ejus anguli plani vocantur. gibba, contrà.

Superficies parallelæ ſunt, quæ æqualiter diſtant, & ſi continuantur, nunquam concurrunt. talis eſt 32 figura.

De Superficiebus rectilineis.

Triangulum rectilineum eſt figura, ut ſuperficies tribus lineis rectis comprehenſa, habetque tres angulos. tales figuræ ſunt 10, 11, 12, 13, & 16.

Differentia angulorum trianguli facit denominationem.

Triangulum rectangulum eſt, quod habet unicum angulum rectum, ut 11 figura.

Obtuſangulum, quod habet unum obtuſum angulum, ut 12 figura.

Triangulum acutangulũ eſt, quod habet omnes acutos angulos, ut 13 figura.

Differentia quoque laterum trianguli denominationem facit. ut æquilaterum, quod tria æqualia latera habet. ut 10 figura.

Æquicrurum Triangulum eſt, quod duo æqualia latera habet. ut 16 figura.

Inæquilaterum eſt quod tria inæqualia latera habet, ut 13 figura.

Quadratum eſt ſuperficies, quæ quatuor latera æqualia, & quatuor angulos rectos habet. ut 15 & 20 figura.

Parallelogrammũ eſt quadrangulum rectum lateribus oppoſitis parallelum. ut 14 figura.

Rhombus eſt obliquangulũ æquilaterũ, angulos oppoſitos habens æquales.

Rhomboeides eſt obliquangulum inæquilaterum; habet enim latera tantum oppoſita & angulos oppoſitos æquales. atque hæ quatuor figuræ vocantur parallelogramma, quia earum latera ſunt parallela. ut 15 figura.

Diagonale ſive media linea harum figurarum, eſt recta ducta ex angulo in angulum oppoſitum, dividitque figuram in duo æqualia triangula. ut in 14, 15 & 20 figura.

Gnomo eſt alterum diagonale cum duobus complementis.

Trapezium eſt quadrangulum non parallelogrammum, ſed tantum duo latera habens parallela. ut 17 & 19 figura.

Trapezoides, eſt quadrangulum irregulare, ſive figura habens lætera cum ſuis angulis quoque inæqualia. ut in 22 tabula, figura 16.

Regularis figura eſt, quæ omnes angulos & latera æquales inter ſe habet, ut quinquangulum, ſexangulum, ſeptangulum, in 13 tabula figuræ 24, 25, & 26.

Irregularis figura eſt cujus latera & anguli ſunt inæquales.

Baſis eſt linea inferior ſive fundamentum trianguli parallelogrammi, aut alterius cujuſdam figuræ.

Circulus eſt planum rotundum, & fit ſi linea recta altero termino quieſcente circumagatur, donec ad idem punctum terminus mobilis redeat, ut 22 figura.

Terminus immobilis ſive quieſcens in circulo centrum ſive punctum medium, linea rotunda termino mobili ducta, circumferentia, ſive peripheria, omnesque lineæ à centro ad peripheriam ductæ (quæ æquales ſunt neceſſario) Radii vocantur. Radius autem proprie eſt recta à centro ad perimetrum.

Diameter Circuli eſt recta per centrum utrimq; ad peripheriam ducta, dividitque circulum in duas partes æquales.

Sector eſt ſegmentum intus comprehenſum à recta duplici faciente angulum in centro, qui angulus in centro dicitur, ut peripheria dicitur baſis ſectoris, ut in 21 figura duo ſectores, alter major, alter minor, ſemicirculo cernuntur.

Sectio eſt ſegmentum circuli intus comprehenſum ab una recta, quæ baſis ſectionis dicitur, ut in 23 figura.

Circuli paralleli ſunt, qui idem centrum habent. vide figuram 22.

Angulus in peripheria eſt, cujus vertex peripheriam tangit.

Ovale & Ellipſis differunt inter ſe. nam Ovalis eſt figura multarum partium peripheriæ circuli, ut 34 figura. Verum Ellipſis eſt ſimplex figura, nullam peripheriæ circuli partem habens, ſed cylindri, ut in 33, & coni, ut in 35 figura videre eſt.

eſt. Notandum tamen quod figuræ 36, 35, & 41 vitioſæ ſunt; debebant enim ab utroque latere æquales eſſe, contra mentem Marolois & aliorum.

Parabole eſt pars Coni, ſcilicet quando planus ſecans parallelas eſt cum altero laterum ejuſdem coni, ut in 37 & 38 figura B G C.

Hyperbole eſt pars Coni, ſcilicet quando pars ſecans, modo unam partem ſecare poteſt, ſi planus & conus in infinitum extenderentur, abſque eo quod planus parallelus eſſet cum latere coni.

Spira eſt figura ducta motu puncti radio aut ſemidiametro inſcripti, quando circulum abſolvit uniformi motu, eodemque tempore perficitur. ut in 42 figura apparet.

Sequuntur Propoſitiones.

Tabulæ IV. Figura 43.

Supra datam rectam A B *triangulum æquilaterum deſcribere.*

A Centro A, & latitudine A B, fiat arcus B C, ſecans arcum ejuſdem latitudinis & centri B in puncto C. à quo ductâ rectâ A C & B C, triangulum A C B erit æquilaterum. nam C B æqualis eſt cum A B; & C A cum A B, juxta definitionem circuli.

Figura 44.

A Centro A cum latitudine majori qua medium lineæ A B, fiat arcus C D; & à centro B cum eadem latitudine fiat alius arcus ſecans priorem in punctis C & D. per quæ lineâ ductâ, C D ſecabit A B per medium in C.

Conſectarium.

HInc apparet, quomodo linea, ut AB, in medio & ad rectos angulos ſecari poteſt lineâ CD: nã ſi ducatur C A, A D, D B; anguli in pũcto E recti erunt.

Figura 45.

Datam lineam in tres partes æquales eadem circini crurum diſtantia manente dividere.

DAta linea ſit A B. cum cujus latitudine fiant arcus ex centro A & B, juxta præcedentem propoſitionẽ dividunt A B & C D ſe invicem in duas partes æquales in puncto P. cum eadem latitudine centri D fiat circulus. deinde ſupra eandem latitudinem fiant F H & E G. & ducantur H C & C G. Illæ dividentr lineam datã A B in tres partes æquales: Ratio eſt, quod A B æqualis eſt cum H G, & D in medio P O. Atque ita C O erit diviſa in tres partes æquales, proportionales cum partibus lineæ A B. nam ut ſe habet O C, erga C P, hoc eſt 3 erga 1; ſic H G (ſive A B) ſeſe habet erga partem mediæ lineæ, quæ tum erit $\frac{1}{3}$ lineæ A B. &c.

Figura 46.

Datam lineam B H *dividere in quatuor partes æquales, eâdem crurum circini diſtantia manente.*

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE ROMA

DUcta C D ex punctis ſectionis arcuum ductorum à centris B & H; deinde facto circulo à centro E (cum latitudine lineæ B H) ſecante dictos arcus in quatuor puncta; indeque lineis F G & I K ductis per lineam B H; illæ divident eam in quatuor partes æquales. Ratio eſt quod linea B H jam diviſa eſt in duas partes in puncto E; & F H quoq; diviſa eſt in duas partes in puncto I. nam à

centris H & E facti ſunt arcus, qui ſeſe invicem ſecant in F & G. ideoque, &c.

Figura 47.

Datam lineam A B *in quaſlibet optatas partes, ut e g in quinque æquales dividere.*

DUctis ab utroq; termino lineis parallelis A D & C B: deinde ſupra utramq; parallelam ſumptis quatuor partibus æqualibus, cum eâdem circini crurum diſtantiâ: Lineæ quæ ad parallelas concurrent, datam lineam divident in quinque partes æquales. Nota quod ſemper in parallelis una pars minor optatis partibus eſt dimetienda.

Figura 48.

Per tria puncta data extra lineam rectam peripheriam deſcribere.

DIviditor linea ficta A B in duas partes æquales, cum perpendiculari F G, per conſectarium figuræ 44. itemque linea ficta B C cum D E. quæ ſe mutuo ſecabunt in puncto K centro oprati circuli. nam ſumptâ latitudine à dicto centro ad quamlibet datorum punctorum, fiet circumacto circini crure altero circumferentia per tria data puncta.

Figura 49.

Arcum parallelum cum dato arcu, ut eſt A B C, *cujus centrum incognitum eſt, deſcribere.*

NOtatis tribus punctis in dato arcu A B & C. & inventto centro K per propoſitionem præcedentem, circulus cujuſque latitudinis fiet ſupra dictum centrum K.

Figura 50.

Per punctum B *lineam ducere parallelam erga datam lineam* C D.

SUpra datum punctum quaſi centrum fiat arcus tangens lineam D. & ab eadem latitudine cenrri C (ſive unde libeat intra C D) fiat unus iſtorum arcuum. utrimque deinde ductâ lineâ B A tangente poſtremum arcum, illa parallela erit cum C D.

Tabula V. *Figura* 52 & 53.

Supra Datam C H *angulum æqualem angulo* N *deſcribere.*

DEſcribantur duo arcus ejuſdem latitudinis ex centro N & centro C. deinde ducitor L P æqualis G F. & anguli C & N erunt æquales.

Figura 54.

Datum angulum B *in duas partes æquales dividere.*

A Puncto B, quaſi centro, fiat arcus F D. deinde a centro F & centro D cum eadem latitudine factis duobus arcubus ſe mutuo ſecantibus in H, & ducta linea B H, illa datum angulum dividet in duas partes æquales.

Figura 55.

A puncto C *in data* A B. *perpendicularem deſcribere.*

A Centro D & centro E (æqualiter diſtantibus à C) ductis duobus arcubus ſeſe mutuo ſecantibus in puncto F, inde ducta linea F C, fiet perpendicularis ſupra A B. Eodem modo fit 57.

Figura

/

Figura 56.

Aliter, ſc. a puncto B, *in termino lineæ* A B.

FActis arcubus E C A & B C D, eum eadem latitudine, item C D, ductaque linea B D, ſecanre C A in puncto a quo prior areus ſectus eſt in E, idque ejuſdem latitudinis, ducitor B E. Ad hanc 56 ſe quoque refert 59; in qua C F B, recta eſt intra ſemicirculum, eſtque ejuſdem operationis.

Figura 60.

A Puncto C *extra lineam* A B *perpendicularem ducere.*

FIat arcus à eentro C, ſceans A B in punctis A & B. e medio hujus ducta C F erit perpendicularis. Deinde ſupra lineam A B in 61 figura, licebit hoc modo quadratum deſcribere.

Figura 62.

Quadratum æquale parallelogrammo rectangulo A B C D *deſcribere.*

ESto G E parallela cum A C, & A E æqualis cum media A C. (hoe eſt eum A F.) deinde à centro B, fiat arcus per punctum F, ſecans dictam E G in G, ita ut E G fiat latus optati quadrati æqualis eum parallelogrāmo dato A B C D.

Aliter. Figura 63.

ESto angulus rectus A B C D. (figura eſt vitioſa, & debet ſic pingi.) eonſtituatur O in medio D C. deinde O H, æqualis eū dimidio A D (ſcilic. F D.) tum ducto ſemicirculo ſupra C H, fiat H L, æqualis cum D H. & linea C L erit latus quadrati, æqualis cum parallelogrammo rectangulo. (delendus quoque eſt arcus F H.) nam D H, eſt duplū linę O I. & tum eſt angulus rectus C O H E, & quadratum O I pariter æquale quadraro I C. quando omnia quadrupliciter ſumuntur, ſe. quadrupliciter angulus rectus C O H, vel A C ſolum, & quadruplieiter quadrarum O I, vel D H, aut H L tantum; fient tum ſicut quadrupliciter quadratum I C, ſive ut quadratum H C ſolum. proinde H C, quadratum H L, idem valent quod quadratum H C, vel quod duo quadrata H L & L C. ſubducitor quadratum commune H L, reſtabit A C æquale quadrato L C. quod erat probandum.

Aliter. Figura 64.

EXrendatur C D, ita ut M D æqualis ſit B D, & ſupra C M pingitor ſemicirculus ſecans extenſum in N, & D N erit latus optati quadrati ſicut angulus rectus A B C D. Nora quod neceſſe non eſt, quod quadratum pingatur intra ſemicireulum, ut in hac figura factum eſt.

Figura 65 67, & 66 cum 68.

Rectangulum æquale triangulo A B C *deſcribere.*

FIgurâ 65 & 67 fiat inbaſi angulus, cujus altitudo A D ſit medium altitudinis trianguli dati. vel, ut in 66 & 68 figura, fiat ſupra mediam baſin ejuſdem altitudinis eum triangulo dato, quod eodem recidet.

Tabulæ VI. *69 & 70 Figura.*

De inventione altitudinis perpendicularis in dato triangulo.

PIngitor ſemieirculus ſupra alterum laterum, ut hic ſupra A C, qui baſin A B aut lineam extenſam ſecat in puncto B F. & C F erit perpendicularis ſupra A B.

Figura 71, 72, & 73.

Parallelogrammum rectangulum æquale quadrangulo deſcribere.

QUantum ad figuram 71, caſu B D perpendicularis eſt cum B C. verū ſi non foret ita, ſcilicet, ut I F æqualis eſſet cum BC, deinde I H & F K perpendiculares ſupra eandem; perinde eſſet ſive D B in medio foret ſive non. Iuxta 72 figuram ſunto D N & C M perpendiculares; æquales erunt figuræ rhomboideæ. In 73 figura ſunto F G & E H ſingulæ perpendiculares ſupra fictum quadrangulum D A, & ſingulæ æquales cum dimidio utriuſque perpendicularis ſupra idem, à punctis C B.

A 74 adusque 79. Figuram

Docetur mutatio multangulorum quorumlibet in triangula.

IN 78 figura (quæ ſufficit hiſce omnibus) extenſa AB, ducitor B D, ſecans triangulum. Deinde C G parallela, produeendo G E & D I parallelas. Tandem ſi ab eo latere figurā quæſitam, quia parallelæ nimis longæ forent, abſolvere nolimus, due itor E I, quæ ſit latus trianguli, & reddit F H parallelam eum A E. Deinde ductâ E H, triangulum E I H æquale erit ſexangulo. Demonſtratio manifeſta eſt, ſi ducatur D G; nam triangula E H A, & E F A, ſupra eandem baſin E A, & ſub ejuſdem parallelis, ſunt æqualia.

Tabulæ 7. Figura 80, 81,

Triangulum docet in quadratum commutare.

POſtquam in 80 figura B F æqualis facta eſt eum dimidio lineæ C D; & ſemicireulus A G F, itemque perpendicularis B G, ducta ſit ſupra F A: linea B G latus erit optati quadrati. In ſequenti figura perpendicularis C D eſt extenſa in H; ita ut D H ſit dimidium lineæ A B; & D G eſt latus quadrati; ſicut quoque triangulum A B C.

Figura 82

Docet rectangulum A B C D *commutare in aliud rectangulum quod habeat latitudinem ſicut* E F, *aut* D G.

ESto D F latus quadrati æquale cum rectangulo. Deinde ſit biſecta æqualiter ficta F G; & reducta ad angulos rectos unica linea, quæ oſtendet punctum K. Hoc ſumpto centri vice, & eum latitudine K G aut K F facto ſemicirculo, invenietur D H optata longitudo. Nota quod hoc, appendix appellatur.

Aliter. Figura 83, & 84.

Rectangulum A B CD *deſcribere ſupra lineam* E F.

ESto in 83 figura C G æqualis E F; (tum punctum G cadet intra vel extra latitudinem C D. quod perinde eſt;) & ducta A G in H, tum B H erit optata longitudo. Sequens figura eſt eadem, nam C H æqualis eſt cum E F, & H K cum B G. quare rectangulum K C æquale eſt cum rectangulo C B.

Figura 85

Lineam A *in duas partes inter ſe, ut* C *ad* B, *proportionales dividere docet.*

ESto B F æqualis C B; & D F O aliquis angulus. Deinde O F, F M, æqualis cum C & B. Si tum D N æqualis eſt eum A, & Q N parallela cum F O; Q N & N R partes erunt lineæ A, ita ut Q N ad N R æqualis ſit ut C ad B.

Aliter. Figura 86 *&* 87.

DUcitor D C; & A F ad F B erit æqualis ut A C ad B D. Sed in 87 figura ſi C E ducatur parallela, A dividetur in puncto E. 88 figura nullius uſus eſt.

Tabula VIII. *Figura* 89 *&* 90.

Ad duas datas lineas F C *&* C D *tertiam proportionalem invenire.*

SUnto proportionales ad angulum rectum; inque figura 89 eſto H G perpendicularis ſupra medium D F; tum H erit cenrrum medii circuli, & C K tertia proportionalis. Nam ut ſe habet F C ad C D; ita quoque D C ad C K. In 90 figura quadratũ eſt C G; ductâq; F D K, tum F C, C D, & G K erunt proportionaies. In figura 91 E A ad A B, (aut A D,) ſicut D A ad A C, eſt proportionata. 92 eadem eſt cum 89, præterquam quod G H ducitur ab altera parte.

Figura 93. *&* 94.

Inter duas lineas G B *&* B H, *ſive duos numeros* 8 *&* 1, *mediam proportionalem* B D *invenire docet.*

FActo ſemicirculo G D H, perpendicularis B D erit optata proportionalis linea; inque numeris, radix ex facto, erit medius proportionalis.

Figura 95, *&* 96,

E tribus proportionalibus dato quoto utriusque extremi, ut F H, *& medii, extremos ſingulatim invenire docet.*

IN figura 96 (prior enim valde prolixa eſt) ducitor ſemicirculus; deinde linea D C æqualis medio proportionali; & perpendicularis, ut libet, ſupra F H; & D G parallela: & tum perpendieularis G E extremas F E & E H diſtinguet.

Figura 97, *&* 98,

E tribus lineis proportionalibus, datâ extrema, ut E N, *& quoto alterius extremæ cum media ſimul cognito, ut* N C, *ſingulas diſtinguere docent.*

DIviditor E N in 4 partes æquales; deinde invenitor media proportionalis inrer E N & C; atque ab ea ſubducitor D E medium lineæ E N: reliqua erit optata media proportionalis.

Tabula IX. *Figura* 99, 100, *&* 101,

Lineam rectam æqualem duabus datis, ut A *&* B, *deſcribere docent.*

POnantur inter ſe continuæ; nam eſt additio.

Figura 102

Docet data majori A K *ſecare partem* K G, *æqualem minori* B.

MAjor linea ſit A, & minor ſive brevior B. Ductâ jam a puncto K ad K G lineâ, illa æqualis erit B, ut ex ſemicirculo F G H apparet: idque juxta 3 propoſ. 1 Euclid. quare ſubductio peracta eſt.

Figura 103, 104, 105.

LIneam C D cum 4, atque etiam cum 3 ; ut in figura 104, multiplicare facile factu eſt; & tum B F ſunt triplices. Addenda quoque eſt ; lineæ C B. In figura 105 ſi quis multiplicare velit A B cum ✓ 3, fiat A F tripliciter A B. tum media proportionalis inter F A & A B, erit optata linea.

Figura 106

Docet invenire totum linearum duarum, habentium angulos rectos, beneficio motus.

MArolois modo monſtrat invenire totum duarum linearum. At ſine motu nihil efficient. Quare ſunto duæ lineæ ad angulos rectos inter ſe conſtitutæ, ut E D C. & E D, manens ſemper perpendicularis in eadem ſuperficie, moveat ſe cis C D; & ſuperficies E C erit totus. 107 figura nihil præter inventionem quadrati æqualis toto docet; quare parum utilitis eſt.

Figura 108, 109, & 110,

Docent lineam per numerum & per lineam dividere.

DIviditor linea in tot partes, quot unitates numerus continet; & operatio peracta eſt. Verum ſi quis lineam per lineam velit dividere, metitor quoties brevior in longiori comprehenditur. Figura 110 docet ad lineam aptare ſuperficiem. Vide figuram 85.

Tabula X. *Figura* 112

Superficies æquales H G *&* A D *colligere docet.*

SUnto D B & B L anguli recti, & latus homologum figurarum æqualium; tum hypotenouſa D L erit latus homologum figuræ, ſicut L O æquale cum duobus aliis D. quod in omnibus ejuſmodi figuris, imo etiam in circulo, ſequitur. Vide figuram 117.

Figura 114, 115, 116,

Docet inæquales ſuperficies colligere.

FIant tres figuræ, ut 114, ſingulæ quadratum, & figura 116 erit æqualis tribus quadratis dictis, juxta propoſitionem antecedentem.

Tabula XI. *Figura* 118, 119,

Tres æquales ſuperficies, quales ſunt A B C, D E F, *colligere ita, ut facta ſit æqualis alteri figuræ, ſcilicet triangulo æquilatero* G I H, *demonſtrant.*

POſtquam A K ſit æqualis facta cum D E, & ad angulos rectos ſupra A C ducta; tum hypotenouſa C K baſis erit triangulo æqualis & uniformis cũ duobus reliquis K C M. ex quo, compoſito triangulo æquilatero Q, operatio peracta erit. Proinde K C M & G I H fiant ſingula quadrata, quorum latera ſingula erunt M N, & O H. tum quæratur quarta proportionalis linearum P H, M N, & G H; quæ eſt H T, latus optati trianguli æquilateri.

Figura 120

Differentiam duarum figurarum in uniformi figura docet invenire.

SI quis velit ſubducere G E ab A D, extendat G H; & ex centro E, cum latitudine A B, ducat arcum L K, ſecantem extenſam in I. tum H I erit homologum latus reliquæ. Ita quoque fit in 122 figura. In 121 figura reſiduum P C non eſt uniforme.

Tabula XII. *Figura* 123, 124.

MUltiplicata ſuperficie A C cum numero 3, factus erit C G. Sed in 124 figura, factus erit triangulum D C A; & diviſus (quaſi cum 4) figura erit 126.

Figura

Figura 125.

Datâ ſuperficie A C, *& numero radicali* $\surd$ 3——, *factum invenire docet.*

TRiplicatâ G A cum A D, & A H media proportionali, extenditor C B ad H I; & parallelogrammum B A H erit facta figura, ſive K D. Si quis factam voluiſſet uniformem habuiſſe cum quadrato A C, debuiſſet ſumſiſſe mediam proportionalem intra B A & A H. Marolois, hic quadratum I A ponit; quod facta non eſt; nam longe ſuperat magnitudine quæſitam.

Figura 127

Docet ſuperficiem A D *per aliam, ſcilicet* E H, *dividere.*

SI datæ ſuperficies non ſunt ejuſdem altitudinis, ſic pinguntur ut hic. Deinde dividitor linea A B per E F; & quoniam bis in ea continetur, neceſſario E H debet quoque bis contineri in A D.

Figura 128.

Triangulum A B C *dividere per minus triangulum* D E F.

POſito quod A B recta ſit ſupra E D, deinde C G parallela, & D F extenſa ad uſque G; ductaque G E, & parallela F G, & tandem G H; tum G H D erit æqualis D E F, & ejuſdem cum altero altitudinis. Dividitor tum A B per D H; quotus erit optatum, ſcilicet dupliciter.

Tabulæ XIII. Figura 129. cum ſeqq. ad uſque 139.

Regularia multangula in circulo deſcribere, oſtendit.

DUcta peripheria, punctoque D, & arcu A E C ejuſdem latitudinis cum circuli ſemidiametro ſcripto, tum A C erit optatum latus, quod ſemidiametrum E D ſecat in duas partes æquales.

In quadrato ſi ducantur duo diametri B C & D E, ſeſe invicem ſecantes in angulos rectos, lineæ, quæ conjungunt terminos, faciunt quadratum.

In quinquangulo figuræ 131 pingitor à centro E in medio lineæ A F ſupra latitudinem verticis ſemicirculi D arcus D C; tum ficta D C erit latus quinquanguli tectilateri in circulo deſcripti.

Sexangulum facile fit; nam latus ejus A C eſt æquale ſemidiametro A B.

Geometrice ſeptangulum linea aliqua recta vel circulari deſcribi non poteſt. verum in praxi ſupra chartam, A C latus ſexanguli, ſive linea æqualis $\frac{1}{2}$ diametro perpendicularis B D ſupra eam, admodum fere æqualis erit ſeptangulo; paulo tamen minor eſt. Quare B D media eſt linea lateris trianguli rectilateri in eodem circulo deſcripti.

Quod ad octangulum 134 figurâ deſcriptum attinet; ſi A C ſit latus quadrati, & B D perpendicularis ſupra idem; tum A B erit optatum latus octanguli. Errat autem Marolois, quum latus octanguli affirmat medium eſſe lateris quadrati; majus enim eſt. niſi fortaſſis voluerit hoc innuere, quod $\frac{1}{2}$ ſit medium $\frac{1}{4}$ partis circumferentiæ. Decangulum in 36 figura, eodem modo ac quinquangulum perficiatur; & A C æqualis erit lateri decanguli.

Figura 138.

SI arcus A C D dividatur in duas partes æquales, (quando A D æqualis eſt cum A B,) tum A C erit latus dodecanguli.

Figura 139.

INſcripto triangulo & quinquangulo, ſingulaque incipiendo à puncto A, linea F D erit latus 15-anguli, hoc eſt, quindecim laterum.

De figura 135 & 137 idem ſtatuimus quod de ſeptima; ſcilicet, fieri non poſſe, ut eæ lineis rectis aut circularibus deſcribantur. Verum quam maxime prope expeditio fit hoc modo: Proxima latera multangulorum extendantur à puncto A ad extenſum diametrum. Deinde poſita L in medio ſpatii extenſi, & ducta L A, tum A E ferè erit optatum latus; nam paulo majus eſt, & punctum L à proprio vero loco recedit, quoniam illud latus extrorſum magis quàm L à centro diſtat; ſcilicet circa $\frac{1}{1000}$ partem diametri; quæ differentia valde exigua eſt.

Tabulæ XIV. Figura 140, 141.

In circulo A B C *triangulum deſcribere æquangulum cum dato* E F G.

DUcitor rangens I B; deinde anguli I B A, & A B C, fiant æquales cum angulis G & F, quiſque erga ſuum.

Figura 142, 143, 144.

Circa circulum triangulum æquangulum cum dato deſcribere.

COmpoſitio æquilateri, ut in 142 figura, facilis eſt. Ductis enim modo tribus lineis tangentibus ad puncta E C D, quæ ſunt latera trianguli æquilateri in circulo, opus confectum eſt. Verum in duabus reliquis figuris, dato triangulo A B C, extenduntor lineæ A C; & circa centrum L fiant duo anguli æquales cum angulis exterioribus A & C; quod facile fit, quando ducuntur arcus I M, & K H, ejuſdem latitudinis cum dato circulo. Deinde I M poſita in D F, & K H in F G; & ductis tribus lineis tangentibus puncta D F & G; habes quæſitum: nam P æqualis erit A; & N æqualis C.

Figura 145.

In triangulo A B C *circulum deſcribere.*

CEntrum eſt F; ubi lineæ, quæ angulos biſecant, occurrunt; ſemidiameter eſt perpendicularis F G.

Figura 146.

Circa triangulum circulum deſcribere.

EAdem & hæc operatio eſt, ſi quis volet per puncta A, B, & C, ducere peripheriam circuli; nam duo latera per perpendiculares, quæ occurrunt in puncto K, æqualiter modo biſecanda ſunt.

Figura

Figura 147.

In triangulo A B C *quadratum deſcribere.*

Fiat quadratum ſupra alterum laterum, ut hic ſupra A C. deinde ducitor B D, B E. & puncta F & G erunt latus optati quadrati.

Aliter. Figura 148.

FActo Quadrato F E D G; cujus unum latus, eſt latus trianguli; & latus anguli F rangit aliud latus; (perinde eſt ſive quadratum majus vel minus foret) deinde ductâ B E, ſecante unum latus in H, illa punctum erit anguli optati quadrati.

Aliter fit idem, facto quadrato extra triangulum, modo ſervetur alterum poſtulatorum, ſcilicet ut ducatur ſupra alterum laterum, & aliquis angulus tangat latus extenſum, ut A C.

ALB. GIRARD.

VErum ſi quadratum pingendum foret ſupra aliquod laterum, idque quoad fieri poſſet maximum, dubitari poſſet ſupra quodnam laterum commode id fieret, ſcilicet ſupra A G in figura 147, cis perpendicularem B O. Notandum, hoc fieri debere ſupra talem baſin, quæ tam conjunctione quam differentia ſua differt minimum. alioquin dici poſſet, quod è tribus lateribus & ſuis perpendicularibus ſeparatis tribus majoribus è ſex, minima eſſet ſumenda, vel maxima trium minimarum. quod perinde eſt. quę cõcluſio eſt maximi quadrati. Si quis autem minimum deſideret, contrarium ponat; & medium ſi quis velit, mediam ſumat. quod etiam ſequitur in ſequentibus, ſumptis ſcilicet requiſitis.

Tabulæ XV. Figura 149 & 150.

Circa quadratum D E F G *deſcribere triangulum æquangulum* A B C.

POnitor ſupra E F homologam cum A B triangulum, uniforme cum A B C. deinde extenditor latus, ut in 150 figura.

Figura 152.

Triangulum æquilaterum in quadrato pingere.

DUcitor circulus circa quadratum, deinde factis C G & C F ejuſdem latitudinis, ducuntor A G & A F, ſecantes quadratum in I & H.

Figura 153.

Contra: Quadratum circa triangulum æquilaterum deſcribere.

DUcitor circulus circum triangulum. deinde A D ¼ peripherię. tandem à B perpendicularis ſupra eam.

Figura 154.

In triangulo quinquangulum æquilaterum & æquangulum deſcribere.

FActo prius quinquangulo ſupra latus B A; deinde ductis lineis à C ad E, F & D; tandem à puncto G ducitor G I, parallela cum F E, & I L cum E B.

Figura 155 atque 156.

SI quis velit triangulum deſcribere in quinquangulo æquilatero & æquangulo, ducat modo circulum circum quinquangulum, atque in eodem triangulum æquangulum A K P, à puncto A; cujus duo latera ſecant N M, & A N M erit optatum triangulum.

Figura 157. Deinde in Tabula xvj. figura 158.

Quadratum in quinquangulo æquilatero deſcribere.

FActâ perpendiculari A O; extenſâque donec extenſam B C tangat in puncto F; deinde ductis F I, & A H; quarum ſingulæ ſint medium lineæ A F: interſectio ſufficiens L & K erit inventa. Verum in figura 158 facto quadrato ſupra A F, interſectio erit in M & L. nam figura H A E F G eſt æqualis cum N K E I L. Aliter: In figura 159 facto quinquangulo circa quadratum, ſupra B E ducantur lineæ A G & A F, quæ hic non ſunt excuſæ.

Figura 160, & 161.

COntrà, ſi quis velit circa quadratum in figura 161 deſcribere quinquangulum, ducat ſupra lineam A D triangulum æquale cum F E I, in figura 160. deinde ſupra punctum B pingatur angulus L B C, æqualis F G H.

Figura 162.

In quadrato quinquangulum æquilaterum deſcribere.

FActo quinquangulo ſupra latus C A; deinde ductis F D, F B; habebitur latus I H.

Figura 163.

Circa quinquangulum quadratum deſcribere.

DImittuntor à punctis B & E perpendiculares ſupra extenſam baſin C D, & habebitur H I latus quadrati.

Sectio figurarum.

Tabulæ 17. Figuræ 164, & 165.

Triangulum A B C *ſecare in tres partes æquales lineis parallelis cum* A B.

SUnto in figura 165 C D, D H, ſingulæ ⅓ pars lineæ B C; deinde C E media proportionalis B C, & C D; & C F ſit æqualis cum C E. tum ſit inter B C & C H

C H linea C I, aut C K, media proportionalis; & ducuntor K L & F G parallelæ cum B A. nam ſicut quadrata C B, C K, & C F, ſe habent inter ſe, ſic quoque triangula æqualia ſe habent. Figura 164 eadem eſt.

Figura 166.

Figuram quadrilateram A B C D *ſecare in tres partes æquales parallelas cum* A D.

ESto C F parallela cum D B; (tum fictum triangulum F D A erit æquale figuræ quadrilateræ;) ideoque ſicut E A ſe haber ad A F, ſic totum triangulum A D E ſe haber ad figuram quadrilateram. Deinde dividitor F A in tres partes æquales, in G ſcilicet & H. & facto ſemicirculo ſupra E A, ut ſumatur media; tum ductis perpendicularibus ſupra duo puncta ubi ſemidiametrum ſecant; ducatur arcus ex centro E, ut in I & K; per quem lineæ parallelæ cum A D, quæ ſunt I M, & K L, divident quadrangulum ex voto. Nam ſicut A E ad E H, ſic quadrata A E ad E I, aut triangula A E D ad A I M. Inverſo ordine, ut E A, ad A H, ($\frac{1}{3}$ lineæ A F,) ſic A E D ad A I M D. Eritque $\frac{2}{3}$ trianguli A D F, ſive A B C D. Marolois hîc multas lineas duxit inutiles, ut ſunt A S, A P, & 3 circuli; demonſtrationemque tanta verborum multitudine involvit, ut mens ejus intelligi nequeat.

Figura 167, 168, & 169.

Tetragrammum A B C D *dividere in tres partes æquales, per lineas ex angulo* D, *atque etiam triangulum ex puncto* D.

IN figura 167 ſit diagonalis A C, diviſa in tres partes æquales per puncta E & F, & parallelæ ejuſdem, cum alia diagonali D B, & inventa erunt puncta H & G. E quibus lineæ ductæ ad D perficiunt requiſitum. In figura 168 eſto A 3, parallela cum D B; & C 3 diviſa in tres partes æquales; & à punctis extra figuram (ut 2) ducatur 2 F parallela cum D B. tum lineæ à D ad F & I facient diviſionem. In triangulo figuræ 169 dividitor A B in tres partes per puncta 1 & 2; à quibus parallelæ cum C D, indicabunt puncta, per quæ D F & D E ſunt ducendæ.

Figura 170.

Quinquangulum ex puncto A *in tres partes æquales dividere.*

ESto B G parallela cum A C; & E F cum A D. tum G F diviſâ in tres partes æquales per puncta 1 & 2, unde ducendæ ſunt parallelæ, ut ſunt 2 K cum A C, & 1 H cum A D; tum A K & A H perficient requiſitum. nam triangulum A K C & A 2 C ſunt æqualia, quia eandem baſin & altitudinem habent.

Figura 171 & 172.

A puncto E *quadrilateram figuram* A B C D *dividere in duas partes æquales.*

IN figura 171 eſto A C F triangulum æquale tetragrammo; deinde A F diviſa in duas partes æquales in B; (quod hic caſu fit in angulo figuræ;) tum B I parallela cum E C; tandem E I, quæ A B C D dividet per medium. Ratio eſt, quod E H triangulum æqualiter dividit; ideoque A B C & E H C dimidium componunt.

nent. Sic C I E eſt æqualis figura cum C H E; ideoque A E C & C I E (hoc eſt, A E I C) erit medium quadranguli. Qui vero voluerit figuram 172 dividere in tres partes æquales, ſumat, ut ſupra, triangulum A C F; tum dividat baſin A F in tres partes æquales per puncta G & K; per quæ fiant G I & K O parallelæ cum E C. tandem ductis E I & E O, illæ perficient requiſitum. Ratio petatur ex figura 171.

Figura 173.

Tetragrammum A B C D *dividere in tres partes æquales, ita ut latus* C D *quoque in tres partes æquales ſit diviſum.*

DUcto triangulo A G C, æquali figuræ datæ; baſique ejus diviſa in tres partes æquales per E & F; ducuntor per ea parallelæ, ſcilicet F K cum L A, & E I cum H A, & tandem K L & I H. quæ opus abſolvent.

Tabulæ 18. Figura 174.

Rectangulum parallelogrammum intrinſecus ſecare; ita ut externus circuitus B V D S P *ſit pars tertia totius, & ubique ejuſdem cum lateribus latitudinis.*

COrrigitor prius litera O, quæ eſt in linea T S, & fiat Q: C I ſit quoque ¼ lineæ B C: deinde ſupra C L, ⅓ lineæ C D, (quia requiritur pars tertia ſuperficiei,) atque inter I C & C L, ſit C K, media proportionalis, & C M cum ea æqualis. Tum C O, medio longitudinis & latitudinis ſimul, & ſemicirculo ſupra eam ducto, ducitor M P parallela cum C O; & M P erit requiſita latitudo. Nam T C D eſt media pars externi circuitus. Quare ¼ eſt angulus rectus O Q C; ſive quadratum lineæ P Q, aut K C; vel etiam angulus rectus I C L; qui eſt ¼ anguli recti B C L. Atque ita B C L erit æqualis toti ſuperficiei externi circuitus. Jam verò C L eſt ⅓ lineæ C D; & quoniam B C L eſt ⅓ lineæ B C D, ſequitur, quod circuitus erit ⅓ totius. Juxta methodum Marolois geometrice & arithmetice fit idem hoc modo: Eſto B ¼ longitudinis & latitudinis dati rectanguli ſimul. Deinde ſit D P ¼ in quantitate major vel minor, prout libuerit. Tum erit latitudo ejus B — √ (B Q — D P).

Figura 175 & 176.

Rectangulum A B C D *dividere in duas partes æquales per duas lineas parallelas cum lateribus, & ejuſdem latitudinis cum* C F *&* E B.

DIviſâ C A in duas partes æquales, pingitor in medio litera R. Deinde ex medio lineæ A B, tanquam è centro ſupra latitudinem K R, ducitor arcus R Y, & A N æqualis cum A R. Tum N Y erit optata latitudo. Aliter in figura 176: Ductâ B G ęqualiter cum AB, & EB ęqualiter cum dimidio dati rectanguli; deinde F poſitâ in medio lineæ C G, & ex ea tanquam è centro ducto arcu E Q; tum Q C erit latitudo optata.

Figura 177.

Trapezium A B C D, *cujus anguli* B *&* C *ſunt recti, per parallelas* F E G *dividere in duas partes æquales, ita ut* G C *&* E V *quoque ſint æquales.*

NOta, quod in hac figura delenda eſt litera O in C D O; & in fine hujus tabulæ pro O Q 42, ſcribendum 12; & linea D S quoque delenda.

Eſto

Eſto O in medio lineæ A D; tum A 12 æqualis cum O Q & Q R quadrato; cujus Q P æqualis eſt cum B C. Et ducitor A R ſecans perpendicularem ſupra 12 in S; deinde B T media proportionalis inter Q B & S 12. Præterea ponitor I in medio lineæ R B; & A I extendatur, poſtquam B H æqualis facta eſt cum B C in M. Tandem ex T tanquam è centro pingitor V V ſupra latitudinem M H. Tum ex centro V V & eadem latitudine ducitor arcus T V I & V B erit optata latitudo, ſcilicet $28\frac{4}{7}$, $\surd\ 426\frac{4}{17}$, juxta poſitum poſt figuram prope terminum tabulæ, ubi deleri debet 4, & ſcribi I.

Tabulæ 19. Figura 178.

De Triangulo A B C *ſecare tertiam partem, beneficio lineæ rectæ manantis à puncto* F, *ut* F M.

ESto E C $\frac{1}{3}$ lineæ B C. (dicimus B C, quia puncto ab illo latere poſitum eſt.) Tum A E C $\frac{1}{3}$ erit totius. Tum C A extenditor, donec in O occurrat P D, (parallelæ cum B C, habente latitudinem perpendicularis F H.) Deinde ducatur triangulum O C I, æquale A C E; poſtea F G, parallela cum A C, occurrens B C in G; & G C ſecatotin N, ita ut G N, N C, C I, ſint mediæ proportionales, per 97 Tabulæ 8. Tandem ductâ F M per N, triangulum M N C erit requiſitum. nam quando tres lineæ proportionales ſunt G N, N C, & C I; ſicut quadratum G N, N C, aut triangula æqualia G F N, M N C; ſic quoque O N erga C I. (licet triangula G F N, O C I, ejuſdem altitudinis ſunt.) ideoque triangulum G F N erit proportionata erga triangulum M N C, ſicut triangulum O C I. atq; ob id M N C erit æquale O C I; quod eſt $\frac{1}{3}$ totius.

Figura 179.

Ad tres datas A B C *invenire quartam, ita ut angulus rectus* A B *æqualis ſit recto, facto ex optata ab uno latere, & facto ex linea ejus & ex* C *ab altero latere.*

ESto A Z æqualis medio lineæ C; & ducitor perpendicularis A K (ſupra eam,) valens angulum rectum A B; deinde è centro Z arcus K E. (pingatur littera E, quæ prætermiſſa eſt.) Tum A E erit requiſitum. nam facta H A æquali cum C, tum Z erit in medio A H. juxtaque 6 propoſ. 2 Euclidis, rectangulum H E A +, quadratum A Z, erunt æqualia quadrato E Z, (aut K Z;) quod idem valet quod quadratum K A & A Z ſimul. Ablato tandem quadrato communi A Z, teſtabit H E A rectangulum æquale quadrato A K, vel etiam rectangulo A B.

Figura 180, & 181.

E puncto K *in extenſa* A B *ducere lineam* K L, *quæ triangulum* K B L *æquale reddat rectangulo* A B C D.

SI A K major ſit quam A B, dividitor rectangulum A B C D; & ponitor ſupra medium lineæ K B; atque eſto B L optata altitudo. Verum in 181 figura ſi K E non ſuperet C B magnitudine, tum C D fiat æqualis K E, & ducatur K D. Marolois multis verbis aliam facit demonſtrationem.

Figura

Figura 182.

ESto B D diameter circuli; & inveniendum ſit triangulum rectilaterum; cujus ambitus æqualis eſt B A circuitui circuli; & diameter circuli non debet major eſſe quam 1 erga 3 + ✓ 8; fere 1 erga 6.

Eſto E A media D A Hypotenouſæ. Deinde aptator rectangulus A B, B C, ſupra B E, deficientibus à quadrilatera figura duobus ſegmentis pro duobus alteris latetibus. nam in figurâ ſeorſim poſitâ eſt rectangulum F G D, duplum erga triangulum. rectangulum quoque eſt ex ſemidiametro & ambitu trianguli compoſitum: & diameter ſemper minor eſt ambitu $\frac{1}{3}$.

Tabulæ 20. Figura 188.

A puncto F *in extenſa* C D *ducere* F K, *ita ut triangulum* K B L *æquale ſit parallelogrammo* A B C D.

SUbducatur quadratum D F à quadrato C F; & reſiduum eſto quadratum A K. tum ducitor F K; quæ perficit requiſitum.

Demonſtratio.

TRiangula æqualia F D L, F C 8, A K 8, ſunt ut quadrata proportionalium laterum dictorum. proindè ablato triangulo F D L ab F C 8, hoc eſt, L D C 8; quod æquale erit cum reſiduo K A 8; ſumptâ B 8 in communi; tum B C parallelogrammum erit æquale triangulo K B L. quod erat probandum.

Marolois hanc, ſicut & præcedentem, tanta linearum ac verborum multitudine involvit, ut faſtidium pariant. Idem quoque fecit in ſequentibus. Verum longe brevius ac facilius abſolviſſet, ſi hanc methodum ſequutus fuiſſet.

Figura 189, 190, & 191.

E quatuor lineis datis A B C D, *quarum maxima minor eſt reliquis ſimul junctis, quadrangulum facere, quod circulo inſcribi poteſt.*

QUoniam Marolois multis lineis hic utitur, ac proinde non eſt imitandus; præterea quoniam nulla propria figura datur; generaliter ſic operatio deſcribenda erit: Invento diagonali quæ triangulum perficit cum A & B, vel cum C & D; tum circulus triangulum ambiens erit requiſitum.

Vide quoque figuram 16. Tabulæ 22.

(A, C + B, D) in (B, C + A, D)
—— æqualis quadrato dictæ diagonalis
A, B + C, D.

Tabula 21.

I.

SI tres lineæ, ut A B, B E, & B C, ſint proportionales; tum quadratum mediæ B E, & quadratum mediæ differentiæ extremæ ſimul, æquale erit quadrato mediæ ſummæ ejuſdem extremæ D C & D E.

II. In

II.

In omnibus triangulis rectangulum utriusque lateris, ut A B vel B C, eſt æquale rectangulo facto ex perpendiculari B F & diametro D B in circulo idem ambiente. Nam triangula (poſtquam A D, quæ hic non habetur, ducta eſt) B C F & B A D ſunt æqualia. nam anguli C & D ſunt anguli in circumferentia ductæ à B A; & ſunt quoque rectangula, quia B A D in ſemicirculo eſt. Proinde ut C B ad B F, ita D B ad B A. Ergo &c.

III.

In omnibus triangulis circa circulum deſcriptis, eſt ſuperficies æqualis rectangulo ſemidiametri D E, & mediæ ſummæ omnium laterum.

Si enim ducantur ex E tres lineæ in tres angulos trianguli; tria ejuſdem altitudinis triangula erunt, ut E D; & tres baſes forent ambitus trianguli. Hinc ſequitur, quod inventâ areâ trianguli & ambitu, inventus eſt diameter circuli inſcripti. Diviſâ enim areâ per medium omnium laterum, invenietur ſemidiameter; Item A B & C F conſtituent mediam ſummam omnium laterum. Ergo, &c.

IV.

In omnibus triangulis, ſi ex quolibet angulo ducantur lineæ in punctum medium lateris oppoſiti, illæ ſe mutuo ſecabunt in eodem puncto, ut in F; & pars verſus angulum C F eſt dupla erga aliam F E.

Nam ratio B E ad E A, quæ eadem eſt, idem valet ac duæ aliæ rationes, ſcilicet ut B F ad F D, & D C ad C A. ſubducta igitur ratione ſubdupla à ratione pari, reſiduum erit ratio B F, dupla erga F D.

V. VI.

In omnibus triangulis tres perpendiculares ſecant ſe mutuo in eodem puncto.

Nam in figura quinta ſi ducantur C E, B F perpendiculares, ſe mutuo ſecantes in G; deinde per G ducta A D erit perpendicularis. Primò anguli in duobus punctis F E conſtituunt duos angulos rectos, & circulus fluet per A F G E, & ſemicirculus per C F E B. Anguli item G A E & G F E ſunt æquales, ſicut etiam G F E & E C B. Atque ideo G A E & G C B quoque erunt æqualia in puncto G. Ac proinde anguli E & D quoque erunt æquales. Et quia E rectus eſt, D quoque rectus erit. (Author idem voluit demonſtrare, ſed non fecit.) Atque ita probatum erit, quando A B C amblygonum eſt.

VII.

Si duo ſint polygoni ejuſdem nominis, uterque circa circulum deſcripti; qui circulo inſcriptus eſt, cum duplici nomine, erit medius proportionalis intra duos alios.

Nam ut ſe habet D G E erga B E D, hoc eſt, ut G E ad E B, ita B E D erga C E D, vel B E erga C E; hoc eſt, ſicut G E erga E B, ſic B E erga E C ſe habet. idque ob eam rationem, quia rectangulum C E G æquale eſt quadrato B E vel D E, propter triangulum rectangulum C D E; nam ſingula hæc triangula ſunt ½ totius.

VIII.

In triangulo A B C, quum perpendicularis cadit in triangulum, & C D differentia ablatorum ſegmentorum eſt; tum eſt differentia quadratorum laterum C A & A B æqualis rectangulo B C & C D.

Nam, juxta 6 ſecundi, rectangulum B C D + quadratum D Q, eſt æquale quadrato C Q. Addatur in communi quadratum Q A; tum rectangulum B C D +, quadratum D A aut A B, valebit tantum quantum quadratum C A. Quare differentia quadratorum C A & A B idem valebit quod rectangulum B C D. Figura 13 eadem eſt.

IX.

In triangulo rectangulo A B C, duplum quadrati hypotenouſæ, eſt æquale quadratis tam ſummæ quam differentię utriuſque alterius lateris ſimul.

Nam eſto ſupra utrumque latus C; poſita latitudo C B, ut ſunt C D, & C G, verſus A; nota G; tum A D erit ſumma laterum, & A G differentia, juxta 10 ſecundi. quadrata D A & A G ſunt dupla erga quadrata D C & C A, vel ſolum ad B A. quare dupliciter quadratum B A erit æquale quadratis D A & A G.

X.

Æquales figuræ ſuperficiales, ut ſunt A D & E H, ſunt proportionatæ inter ſe, ut quadrata homologorum laterum ſuorum, ut D L & H I.

Nam ut ſe habet E F ad F H aut F I, ita A B erga B D aut erga B L. &, juxta I ſextæ, ut H E erga H I, ita D A erga D L. Atque hoc ſatis abundè probatum eſt in libro 6 Euclid.

Tabula xxij.

XI. XII.

In triangulis rectangulis, quadratum ſummæ hypotenouſæ & alterum laterum rectangulorum, ſi conjungantur; ſuperat quadratum alterius lateris rectanguli, reſtante dupliciter rectangulo dictæ ſummæ & adjuncti.

Eſto B E æqualis B C; tum A E quadratum majus eſt quadrato C A & duplo rectangulo A E B. nam quadratum A E, per 4 ſecundi, eſt æquale quadratis A B & B E, vel A C, C B, & B, & bis rectangulo A B & B E; hoc eſt, quadratum A E æquale eſt quadratis A C, B C, & B E, & bis dicto rectangulo. &, juxta 3 ſecundi, quadratum A E erit æquale quadrato C A, & bis rectangulo A E B.

XV.

In triangulo O A B, quadratum duorum laterum O A & A B ſimul, eſt æquale quadrato facto ex differentia ſegmentorum baſeos O D & quadrato O N. (quod ſe habet ad N E, duplum perpendicularis A C, ſicut O F ad F B.) cujus quadratum cum quadrato B C, facit quadratum O F.

Fiat à centro A circulus per B; qui extenſum latus ſecat in H V. & à centro O ducitor circulus per V, ſecans perpendicularem B F in F. & ductâ O F, quæ parallelam (fluentem per H) ſecat in N; dubium non eſt quin N E ſit dupla cum A C. nam H B eſt dupla cum B A. Deinde D H extenſâ in G, probatur quod

quod GD æqualis eſt cum ON. Et tum quadratum ſummæ laterum OG, æquale eſt quadrato differentiæ ſegmentorum OD, & quadrato DG aut ON.

Æqualitas.	
BCq.+COq.+ACq. 2	BAq.+AOq. VAq.
Duplicatio per 10 prop. lib. 2.	
BOq.+ODq.+NEq.	VOq.+OSq. GOq.
Subducantur quadrata DO & OS;	
Tũ BOq.—OSq.+NEq.	GDq.

Proportio.			
BO.	OS	VO	OD.
	Quadrata deinde dividunt.		
BO.q.	BOq.—OSq.	OGq.	GDq.
Explicatio per præcedentem concluſionem.	BOq.—OSq. +NEq.+FOq.		

Inmutatione & ſectione:

BOq. OCq.	BFq. ENq.	BOq. + OSq.	NEq.

Mutatio.

OEq. æquale erit BOq. + OSq. licet ENq. æqualis eſt ENq.

BOq. BOq. + OSq. OGq. GDq.

OCq. per præcedentem concluſionem.

Ponantur latera quadratorum D ad BO uſque OE, vel FO ad ON, vel GO ad ON; ſic GO ad GD. ideoque GD erit æquale ON.

XVI.

In omnibus quadrangulis inſcriptis circulo, ſummæ rectangulorum factorum à lateribus, quæ comprehendunt latera oppoſita, ſunt ejuſdem rationis cum diagonalibus; ſcilicet rectangula DCB & DAB cum rectangulis ABC & ADC; ſic AC cum DB. nam ut ſe habet DCB ad DAB, ſic triangula ſe habent ut CA ad AE: & in conjunctione ut DCB + DAB ad DAB, ſic CA ad AE. atque ab altero latere, ſcilicet ut ABC ad ABC + CDA, ſic BE ad BD. Prætereà triangula CEB, DEA, ſunt æqualia. proinde ut BE ad EA, ſic BC ad AD. ſumatur AB pro communi altitudine; tum erit ut BE ad EA, ſic ABC ad DAB. quare per æqualem rationem ut DAB ad ABC + CDA, ſic EA ad BD. atque etiam per æqualem rationem hujus cum primo, ut DCB + DAB ad ABC + CDA, ſic CA ad DB. quod erat probandum. Vide Tabulæ 20 figuram 17. Ratio petita eſt ex 10 ſecundi Euclidis.

DE VSV SINVVM
Tangentium & ſecantium.
Tabula 23.
ALB. GIRARD.

QUamvis non ita pridem publicè libellum de tabulis ſinuum tangentium & ſecantium, nec non trigonometriam tam planam quam ſphæricam, multis novis regulis illuſtratam ediderim: ſupervacaneum tamen non erit, ſi etiam hic fundamenta ibidem poſita repetantur. Figuræ enim hic ſunt delineatæ. Nec raro contingit, pleroſque hunc librum evolvere, priuſquam alios authores eandem materiam docentes viderint, legerintque. Vt brevis igitur ſim, ordiar ab explicatione.

Sinus arcus in prima figura eſt GH; qui eſt ſinus arcus GA, vel arcus GB. ſinus enim convenit cum duobus arcubus, qui ſimul juncti faciunt ſemicirculum ſive peripheriam. Hi autem arcus ſemper ſunt inæquales, quando ſinus ipſorum communis non eſt maximus, ut hic DC; qui vocatur totus ſinus, quia arcus BD, aut DA æquales ſunt, conſtituentes ſinguli quadrantem.

Sinus autem duos quidem arcus habet; verum arcus modo unum ſinum. Et; ſi quis velit ſinum dari, ut GA, tum ex quolibet termino, ut A, ducitur linea per centrum fluens, ut ACB; & ab alteto termino, ut G, perpendicularis de ſuper, ut GH; quæ erit ſinus arcus GA. Eodem modo ſi datus arcus foret GB, à quolibet termino, ut à B, ducitur linea per centrum, ut BCA; tum ab altero termino, ſcilicet G, perpendicularis (ut ſupra) GH; quæ etiam erit ſinus arcus BG, itemque ſinus GA. Jam verò differentia inter alterum datorum arcuum & quadrantem vocatur complementum; ſicut differentia inter quemlibet arcum, ut GA, & quadrantem DA, quæ eſt DG, vocatur complementum arcus AG; quemadmodum etiam GD quoq; erit complementum arcus BG. nam BG differentia quadrantis BD, ejuſdem arcus DG. Ita quoque tam BG quam GA idem complementum habebunt, ut DG & GE erit ſinus complementi BG aut GA; quia habent eundem ſinum GH; atque idem ſinus complementum, ut GH, vocantur duo arcus, qui circulum conſtituunt quando conjunguntur; ita ut BG ſit conjunctus cũ GA, & GA cum BG. Jam vero ſinus quoque eſt media pars nervi, (ut vocant, hoc eſt lineæ rectæ extremitates arcus utrimque tangentis,) & jaculi: verum BF eſt ſinus verſus arcus BE; idem, tangens arcum EDK; linea EG eſt nervus ejus; & DG jaculum verum tangens arcum ED; linea EG eſt ſinus; & DG ſinus verſus; ſicut GL quoque ſinus verſus eſt arcus KL.

Quantum ad reliquas lineas in figura tertia; perpendicularis EB eſt tangens; & CE ſecans; IG autem ſinus arcus IB, aut anguli ICB. Sic etiam ſi quis velit arcum IA, tum ſecans fluet è centro C, per extremum arcuum in I, deſinens in E, & tangentem EB, quæ tangit arcum ID; & linea FD eſt tangens, ſicut FC ſecans ejus. Unde ſequitur, quod, ſi proponatur triangulum rectangulum, ut ABC in 4 figura, & hypotenouſa *(qua rectius radius vocari poſſet)* habeatur pro ſemidiametro, reliqua latera erunt ſinus laterum oppoſitorum, ſcilicet BC anguli A, & AC anguli B; qui erunt complementum ſinus oppoſiti. Verum ſi ſumatur alterum laterum pro radio, ut AC; tum BC tangens erit; & hypotenouſa BA ſecans ejuſdem anguli A.

Si (ut in 6 figura) ducatur arcus, ut FDE, habens latitudinem perpendicularis

laris

laris B D, idque è centro B; tum C D erit tangens arcus F D, vel anguli C B D; & C B ſecans ejus; ſicut quoque D A tangens; & B A ſecans anguli D B A; & D B eſt radius communis. Si è centro C ducatur arcus per punctum B, tum C B erit radius, & D B ſinus anguli C, & C D ſinus complementi alterius.

In omnibus triangulis ſunt anguli ut ſinus angulorum oppoſitorum. In 7 enim figura, ſi ducatur C A æqualis cum DB, tum B E erit ſinus anguli D, & CF anguli A. Nam ut ſe habet CF ad B E, ſic C A ad A B; &, per declarationem, ut ſinus A ad ſinum D ſe habet, ſic quoque D B ad B A. Atque ut hæc facilius memoriæ mandentur, dicemus, per oppoſitam rationem, vel inverſam, quod ſinus A ſe habet ad latus D B, ſicut ſinus D ad latus B A. Idem de reliquis triangulis judicium eſt.

Circulus ſemper dividitur in partes 360 æquales, quæ gradus appellantur; & ſinguli gradus in 60 minuta; & ſingula minuta in totidem (ſcilicet 60) ſecunda; atque ita deinceps. Inde ſequitur, quadrantem habere partes ſive gradus 90. Angulus in centro quoque 90 valet gradus. Arcus quadrante minor vocatur deficiens; ejusque angulus in centro eſt acutus. Verum angulus quadrante major, & minor tamen ſemicirculo, abundans vocatur; ejusque angulus in centro eſt obtuſus. Item angulus ſemicirculi propriè angulus non eſt, ſed valet gradus 180; ſive idem quod duo anguli recti. Denique arcus major ſemicirculo dicitur abundans; ejusque angulus in centro inverſus vocatur. Tres anguli trianguli rectilinei, qualesquales ſint, ſimul juncti conficiunt 180 gradus; quare duobus iſtorum cognitis tertius erit inventus, quaſi reſiduum; &, ſi in triangulo tres pali fuerint cogniti, reliqui tres quoque noti erunt, (modo unica linea nota ſit,) idque per tabulam ſinus, quæ continet numeros cujuſcunque ſinus anguli vel arcus, ſine cujus adminiculo calculus totius inſtitui nequit. Modum computandi quælibet triangula data docui per regulas, contra Marolois methodum. Vt autem res exemplis illuſtretur, eſto in 24 tabula, regula prima, linea & anguli.

Figuræ 15 trianguli tribus palis cognitis, ut ſunt duo anguli, & uno latere 36 perticarum; quomodo tres reliqui pali fient noti?

Addantur primò duo anguli, & totus erit 120 gradus. Quibus ſubductis ab 180 gradibus, reliquum erit 60 grad. pro angulo B. Quod ſi forte alter angulorum ſit 90 gradus, ut angulus A; tum duo reliqui ſimul quoque 90 grad. conficient. Quare ſi C 30 grad. ſubducatur a 90 gradibus, reſiduum erit 60 grad. pro angulo B, ut antè.

Secundò quæratur in tabula ſinus angulorum; ſcilicet anguli A, qui valet 90 gradus, ejusque ſinus 100000; & ſinus 30 grad. valet 50000; ſicut ſinus 60 grad. 86602. Quibus numeris ordine locatis, ut hic,

Anguli.		gradus.	
A	———	90 - - -	100000,
C	———	30 - - -	50000,
B	———	60 - - -	86602,

invenietur primò latus B C, hoc modo: ſinus C 50000 dat latus oppoſitum valens 36 perticas; quantum igitur dabit latus A 100000? Factus erit, juxta regulam auream, 72 perticæ pro latere B C.

Secundò ad inveniendum latus C A, dicendum erit; Sinus C 50000 dat 36: quantum dabit ſinus B 86602? Factus erit, pro latere oppoſito CA, 62/353, hoc eſt, 62 perticæ, & 353 (3).

Aliter.

SI quis idem vellet perficere adminiculo ſinuum tangentium & ſecantium, ut hîc, quando triangulum rectangulum èſt; ponatur latus cognitum; B A ſit radius ; & diviſo in 100000 partes, tum C A erit 173205, (tanquam tangens anguli B 60 graduum,) & C B (ſecans anguli B) 200000 partium. Quare ut inveniatur CB, dicendum; Si B A 100000 partium valet 36 perticas; quot valebunt 200000 partes CB? Factus erit 72 perticæ, pro CB, ut antè. Atque ut inveniatur CA, dicendum; 100000 valent 36 perticas; quot valebunt 173205? Factus erit $62\frac{353}{1000}$, pro AC, ut antè. Figura 16, 17, & 20, eadem.

R E G V L A 2.

Cognitis duobus lateribus & angulo ab iis non comprehenſo.

Tabula 24. *Figura* 18, 19, 22, & 23.

FIgura 18 facile intelligitur. Nam ſi A rectus eſt, reliqui duo ſunt acuti. Sic quoque 19. Nam ſi quis velit invenire angulum A, dicet; B A 39 perticarum conſtituunt ſinum anguli oppoſiti C, qui eſt 84805; quantum dabit B C 28 perticarum? Factus erit 60885 pro ſinu anguli A. Hoc numero in tabula quæſito, deprehendentur 37 gradus, 30 minuta, & 26 ſecunda. Quoniam autem angulus A minor eſt quam C, quia ſubducta eſt à minimo latere dato BC; neceſſariò acutus erit. Verum ſi angulus obtuſus foret, adjunctus 37, &c. de quo ſuprà dictum eſt, ſumendus eſſet. Ratio eſt, quia in tabula, præter ſinum anguli acuti, monuimus ſuprà, quemlibet ſinum duo nomina angulorum vel arcuum habere. Reliquum abſolvitur per regulam primam. In figura 22 corrigatur angulus A; & pro 28 ponatur 26. Notandum præterea, gradus inverſo ordine poſt minuta notatos eſſe.

Verum ſi daretur angulus minimus, ut in 22 figura triangulum ABC, vel A BD; tum conſiderandū eſſet, utrum angulus, ut C, foret acutus, vel, ut D, obtuſus, vel rectus; vel plane contra naturam; quod nec Marolois nec alius quiſquam, quod ſciam, annotavit.

Nam, ſi forte contingat, quod angulus oppoſitus lateri A B rectus ſit; tum operatio facilis eſt. Et hoc deprehenditur, quando factus eſt 100000. Verum, ſi factus major foret toto ſinu 100000; quid tum? Reſpondendum ſanè, quod quæſtio ſolvi non poteſt, ſive calculus, ſive delineationes adhibeantur.

Verum ſi dictus factus minor ſit toto ſinu 100000, quæſtio ſolvi poterit. Angulus autem ſinus ſive acutus ſive obtuſus ſit, perindè erit, Vt hic, factus ſinus anguli C, aut D, valet 84808; qui æque eſt ſinus 122 quàm 58 graduum. Ita ut, cognitis tribus palis, ſciri debeat utrum angulus oppoſitus longiſſimo lateri B A acutus aut obtuſus ſit. Nam tres pali incogniti magnam inde mutationem conſequuntur; quia, ſi angulus acutus eſt, triangulum erit ABC; ſi obtuſus, triangulum ABD. In figura 23 ſolutio duplex non eſt; quoniam angulus maximus C habetur major quam ii qui ſunt oppoſiti lateribus datis; ſubductus enim eſt à maximo latere dato A B; præterea quia non eſt acutus, trium maximus eſt.

Figura 23 computari poteſt, è medio triangulorum rectangulorum ducendo perpendicularem B D.

REGU-

REGVLA 3.

Cognitis duobus lateribus & angulo ab iis comprehenſo.

Tabulæ 24. *Figura* 21.

ESto triangulum ABC, habens duo latera, quorum alterum valet 28, alterum 39, & angulus B 84,29,34. Si quis nolit ducere perpendicularem C ſupra B A, quærat latera CA, per regulas novas in tabula noſtra expreſſas; vel modo ſequenti:

180
84——29——34
95——30——26
medium eſt 47——45——13 cujus tangens eſt

39   39
28   28
67 ——— 11 ——— 110105
Factus erit 18076; tangens 47——45——13
10——14——47
Totus C 58——0——0
Differentia A 37——30——26

Reliquum facile expeditur; nam latus C A erit per regulam primam $45\frac{61}{66}$.

REGVLA 4.

Datis tribus lateribus.

Tabulæ 24. *Figura* 14 *&* 23.

PEr perpendicularem, quæ ex angulo in alterum laterum oppoſitorum intra vel extra triangulum cadit, computantor duo triangula rectangula; & ſegmenta baſeos primum cognoſcentur per 8 figuram tabulæ 21.

Deſcriptio fabricæ circini geometrici, de quo in ſequentibus operationibus fiet mentio.

Cuditor circinus, movens ſe ſimpliciter; & tantæ craſſitiei ut in figura; ſuperiusque crura invicem ita, ut expandi & comprimi queant, junguntor; ita ut ſuperficies ſit plana & æqualis, & cardo ſit lentus. Crurum autem longitudo ſit 8 vel 10 pollicum, latitudo autem unius; lineæque AB & BC ſecent ſe mutuo in centro B. In vertice circini ſit ſtylus in B; & duo alii, qui erigi, & à circino ſemoveri poſſunt, ut in E & F. Cudunrorque ex ferro vel chalybe altitudine ½ pollicis qui curſores erunt, & ſemper aptentur lineis AB & BC. Cuduntor item duo alii altitudine 4 pollicum, ſicut A. Fiat quoque cochlea infra B, ut aliis partibus aptari queat circinus, ſcilicet laminæ æneæ, cui baculus infigitur. Vt autem quilibet hunc pro data occaſione fabricare queat, ac ſcire quisnam in circulo & ſemicirculo ſit uſus ejus; tantum normam dimenſiones

ſiones ſive menſuras delineandi (inſerviet enim fabricæ quorumlibet inſtrumentorum , quorum uſus in dimenſione angulorum, & in ſcala altimetriæ ac longimetriæ erit) docebimus. Interiores igitur lineæ utriuſque cruris iſti uſui accommodatæ dividuntor in plures partes æquales; ut hic in 10000. Deinde in medio ſuperficiei notantor gradus ab 1 ad 45; ordineque retrogrado in exteriori margine ſuperficiei à 45 adusque 90; idque fiat adminiculo arcus abditi P P, qui alterum crus tangit in B, habens latitudinem B D. Conficitur item regula ejuſdem cum funibus longitudinis, duplo major quam A B aut B C; & adminiculo iſtius regulæ ſemper numerus graduum ex apertura circini notatorum inveſtigari poteſt. Partitio autem tanta fit quanta libet, ut in circino proportionali factum fuit; quod cum cuique notum ſit, pluribus non explicabimus.

In mechanica longitudinis dimenſione uſurpamus funem, vel potius catenam, (coarctari enim vel extendi funis poteſt) 3 vel 4 virgarum; cujus quælibet virga continet 12 pedes; quilibet verò pes 12 pollices; ut hîc in regula longitudo pedis diviſa eſt in 12 pollices. Nota, quando inſtrumentum apertum eſt, ita ut conficiat angulum rectum, quod tum vocabitur regula angularis, vulgò quadra dicta.

De uſu inſtrumenti in Longimetria.

Tabula 26.

AD diſtantias dimetiendas datur aditus, (ut ad eas quæ mechanicè adminiculo virgæ dimetiuntur,) vel non datur, vel ex parte datur.

Figuræ A, B, & C.

ESto ſubſtantia dimetienda A B; & ad eam dator aditus in A; figitorque inſtrumentum in A dicto. Tum fiat angulus B A E; & ponitor baculus in E. Deinde dimenſo A C aliquot virgas longo, idque adminiculo catenæ, ut angulus E C D ſit 16, æqualis priori, tum ponitor baculus in D, in linea recta E B. Et facta dimenſione D C, C E, dicendum; E C 4 dant C D 6; quantum dabit E A 20? Et ſumma erit 30 virgæ pro A B.

Verum quod attinet ad longitudinem E C, ſi ſit æqualium partium cum E A; computatio tantò facilior erit. nam ſi E C ſit ; E C; & C D quoq; ; A B erit.

Quod ad angulum A vel C, perinde eſt qui ſit, modo ſint æquales. verum ſi obliqui, praxis non erit adeo ſecura & certa.

Figura D.

OPerâ quoque inſtrumenti, ſi A D ſit perpendicularis ſupra B A C in D, angulus A D C fieri poſſet æqualis A D B. Deinde fixo baculo in C, & dimenſo A C; ille æqualis erit A B.

Figura E.

ALiter. In dimenſione A B eſto C recta ſupra A B, & B C D angulus rectus, ſicut quoque C D F. Tum fixo baculo in F, ponitor regula angularis in linea D F, ut in E & G; ita ut A E & B G ſint perpendiculares ſupra eandem. Et tum G E erit æqualis B A.

Tabulæ

Tabulæ 27. Figura F.

ALiter denique in dimenſione B A; ubi non datur aditus niſi in A. Inſtrumentum fixum in D conficit angulum B D A. Tum poſito baculo in D, figitor inſtrumentum in C, rectà ſupra B A, cum eodem angulo; ita ut D ſit B C E. Denique poſito baculo in transverſa ſectione E; & dimenſo B A, A E, A C; dicendum erit; C A dat A E; quantum dabit D A? Et factus, erit A B.

Figura G.

ALiter per triquetrum. Facto angulo qualicunque in A; poſitoque inſtrumento verſus C, ita ut alterum crus ſit in A C; (qui vocabitur D O;) ſumptisque tot partibus æqualibus in dicto crure, quot virgæ ab A in C, hoc eſt, à D in O ſunt; tum ponitor ibi curſor, & deinde alius in E; ita ut O E B ſit linea recta, & O ſit ſupra C. Et quot partes æquales reperiuntur in E D, totidem erunt in A B.

Figura H.

IDem à ſummitate turris fiet, ſi quis velit metiri A B. Poſito enim regulæ angularis crure altero, ut C F in B; funiculus E H (alligatus in E, particulari aliquo exiguo foramine) ſecabit partes æquales in I. Et tum ſicut I C ad C E, ſic C A ad A B. Vel, dimenſâ altitudine C A adminiculo funis, A B innoteſcet.

Figura I.

SI arcus major foret quam A B, puncta circini tum vertenda eſſent verſus oculum; tandem, ut E C ad C I, ſic C A ad A B.

Figura K.

VT dimetiatur A B à ſummitate aggeris, quando aqua (ita ut non detur aditus ad A B) interjecta ſit; metiantur duo loca A & C, ut hic, 132 virgarum; tum, dimenſis angulis A & C, habebitur triangulum, cujus tres pali ſunt cogniti, ſcilicet linea A C, angulus A, valens 80 gradus, & C, valens 42 gradus. Quibus calculatis per computationem triangulorum, quotus B A erit 104$\frac{5}{9}$ virgarum.

Figura L.

SI quis volet metiri B A, quando A infima pars perpendicularis E A in monte eſt, & ad B A datur aditus; ſumat altam pinnulam, ut H, aut G; ita ut, quando dirigitur viſus ab F in E per G, infima pars G poſita ſit verſus A. Tum ſumitor angulus rectus, vel alius quiſpiam, ut A B C; deinde diſtantia qualiſcunque, ut B C; quâ dimenſa, ſicut & angulo A B C dimenſo, deprehendentur in triangulo A B C tres pali cogniti, quorum operâ invenietur B A.

Tabulæ 28.

Figura M.

AD dimetiendum A B ex ſummitate montis, ponitor in centro inſtrumenti alta pinnula, ut, ſi quando dirigitur viſus verſus B, crura tamen parallela maneant cum horizonte.

Tum poſito baculo in K, metiendus eſt angulus F D E, quaſi 90 graduum; & angulus H G I, 60 grad. Deinde latitudo 120 virgarum. Tandem invenietur linea, parallela & æqualis cum A B, 207 $\frac{4}{7}$ virgarum.

Figura N.

IN dimenſione diſtantiæ A in B, fiat operatio ut ſuprà. Sed notandum, quod mons aliquomodo planus reddi debeat, ut tanto commodius viſus ab A in C dirigi & inſtrumentum ſua crura parallela cum horizonte diſponere queat, Neceſſe quidem foret, ut C ejuſdem cum A altitudinis eſſet; &, quando A C catena metimur, ut tum major diſtantia, quam revera eſt, non appareat; idque propter colles & valles.

Figura O.

SI quis à ſummitate montis, cujus longitudo tanta non eſt ut ibi duo loca conſtitui poſſint, velit metiri diſtanriam horizontalem A in B, ſcilicet KB; procedat ab A in B, ut dimetiri queat altitúdo A ſupta lineam BK, ſcilicet AK. Deinde adminiculo fili cujus extremitati plumbum annexum eſt, R A ad AH, ut AK ad RB. Vel, metiendo angulum BAK, triangulum rectangulum habebit tres palos notos, quorum operâ B K innoteſcer.

Figura P.

SI quis velit metiri altitudinem aggeris ABCD, ponito ſupra terram DAE baculum EF; lineaque horizontali GF notet punctum F. Deinde ſubducto GH ab EF, reſidua eſt quæſita altitudo.

Tabulæ 29.

Figura Q, & R.

SI vero agger tantæ altitudinis foret, ut linea horizontalis E F eum non interſecaret, tum ponitor inſtrumentum in E, & invenitor interſectio lineæ (cui plumbum affixum eſt) K F in K; deinde G H. Tum additis E F, K G, ſubducitor H I. Atque ut fiat experimenrum, num agger ubique ejuſdem cum I ſit altitudinis, multi baculi in promptu ſint, ita ut, quando terræ infiguntur, quod extra eſt, ſit æquale H; & tum ſine inſtrumento, ſolo viſu, poterit judicari, num omnes radii, in baculos directi, extremitate H tangant horizontem, ut hic Y; atque ita locus Z erit magis humilis, & P magis elevatus. Figura R eſt manifeſta per ſupradicta; neque Marolois eam ſeorſim delineavit.

De

De Longitudinibus ad quas non datur aditus.

Tabulæ 29. Figura S.

SI quis velit metiri diſtantiam A B, ad quam non datur aditus, ſumat dimenſionem B C & C A, per triangula H F E, I G D, juxta figuram tabulæ 26. Deindæ quor virgæ fuerint inventæ pro B C, ſunto rot pedes à C ad L; & puncto L notato, deinde ſit C K tot pedum quot virgæ ſunt in C A; tum, ſi metimur, L K tot pedes quot virgæ invenientur in B A.

Verum ſi multæ virgæ in C B & C A forent, poſſet modo ½ vel ⅓ pedum ſumi pro L C; item pro C K. atque tum L K habebit eandem rationem ad B A, quam habet L C ad C B.

Aliter, per Tabulas.

ESto B C F, ut & A C D, angulus rectus. Deinde dimetiantur F C, C D, & anguli F D, & B C A. (linea F D ibi abundat.) Tum computentur trianguli B C F, A C D, tanquam anguli recti; deinde B C A; ut habeatur B A.

Figura T.

ALiter. Sumptâ diſtantiâ locorum ſatis magnâ, ut D C; eaq; dimenſa, itemq; angulis, ſcil. duobus in C, ut A C B, B C D, & duobus in D; tum fiet computario juxta tabulas lineæ A D, trianguli A D C. Tum D B trianguli D B C, tandem trianguli B D A duobus lateribus B D, D A, anguloque D, cognitis, teperietur B A.

Figura V.

ALiter denuo. Si forte anguli B D A & B C A æquales eſſent, tum 4 puncta A B C D forent in eadem circuli peripheria; ac proinde triangula B E A, & D E C, eſſent æqualia, ita ut, ſicut E D ad D C, ita E B ad B A ſe haberet. Quare per notitiam quatuor angulorum in D C, & lineæ D C, conſequemur notitiam D E, E C, & B C; ac proinde quoque rationem D E ad E B, quæ eſt propria D C.

ALB. GIRARD.

IN dimenſione diſtantiæ, ad quam non datur aditus, conſiderandum primò, num figura A B C D ſit in plano, nec ne. Quod Marolois non annotavit, quippe qui multis verbis ſolummodo quæſivit aliquam brevitatem, natam ex æqualitare angulorum B D A, B C A; quod tamen non præſtitit, licet poneretur quod anguli in puncto E recti forent. Quare ut certior methodus proponatur; ſi in plano ſit diſtantia, dicendum; Sinus anguli D B C dat ſinum anguli B D A; quantum dabit diſtantia D C? Et quotus erit diſtantia optata B A. Quæ regula facillima ac breviſſima eſt, & ſic memoriæ mandari poteſt: Sinus diſtantiæ viſibilis datorum locorum, dat mihi ſinum optatæ diſtantiæ viſibilis; quantum mihi dabit diſtantia locorum? Et tum quotus erit optata diſtantia ad quam non datur aditus. Item ſi A B & D C non forent in eodem plano, tum ſumendi ſunt anguli A C B, B C D, & angulus A C D; qui ſemper minor erit quam duo præcedentes. Et ſic quoque de D judicetur. Interſectio E quoque non eſt neceſſaria; tum enim nulla eſt; & quatuor anguli ſunt minores quatuor

 angulis

angulis rectis. Atque hæc non ſolum de figura V, ſed in genere, de omnium generum triangulis dicta ſunto.

Tabulæ 30. Figuræ VV, X.

AD explicationem hujus figuræ ponemus mentem authoris, (quæ nobis minimè placet,) corrigendo tamen errores tabulæ, ponendo medium pro toto, numerosque vitioſos emendando, ſecundaque, quia nullum genus inſtrumentorum illa admittit, omittendo. Et quoniam ponit, B C & C A æqua les eſſe, quod ſemper non contingit, ac proinde incertum eſt ac dubium, aliam methodum quoque docebimus.

Gradus.	Gradus.	Minuta.
20	14	51
30	19	48
40	23	48
50	27	8
60	30	0
70	32	31
80	34	48
90	36	52

Aperto inſtrumento ad 20 30 40, aut plures gradus, &c. (nos ponimus 70) tum utrimque procedit, donec B C A ſit 70 graduum, & tum medium eſt 35 graduum; ponitur que baculus in F, ita ut dictus angulus ſit biſectus æqualiter cum F C. in qua linea retrocedendum eſt, donec B E A ſit 32 grad. & 31 minutorum. & tum juxta hanc tabulam erit E C æqualis B A. Quantum ad figuram X, cavendum erit, ne ſuperficies inſtrumenti elevetur; quod author innuit.

Figura Y.

A B *operâ pyxidis nauticæ metiri docet.*

SI in A B detur aditus in A, ponitor pyxis nautica in dicto puncto, locatis pinnulis in B. habitaque ratione indicis acus, tum revolutis pinnulis verſus C ubi libuerit, denuo habetor ratio indicis; & diſtantia A erit dimenſa. Similiter, ſi in C vertatur pinnula in B, viſuſque dirigatur in indicem; deinde ſingula delineentur ſupra chartam parva ſcala, fiatque linea cæca K H, ponaturque pyxis nautica in K H; & in puncto K vertatur charta, ut & pyxis dicta, donec indicet in A; deinde, adducta charta, & picta K M verſus pyxidem, metiatur K H diſtantia A C; tum, poſita pyxide in H K ſupra punctum H, vertatur donec indicet in C; ac tandem ducatur H M; inventa erit figura K H M æqualis A C B. Dimenſaque M K, inventa erit longitudo A B. Computatio fieri poſſet operâ ſinus, cognitis tribus palis in triangulo ABC, modò prius per obſervationem acus quæratur valor angulorum.

Notandum, quod anguli opera pyxidis nauticæ tam accuratè cognoſci nequeunt, quam quidem aliorum inſtrumentorum, quia acus ferè exiguæ ſunt; & quo accuratiores ſunt fabricatæ, eo plus temporis requirunt in dimenſione angulorum. Præterea vel minima lamina ferri vel chalybis non procul à pyxide diſtans, totum opus vitioſum redderet. Sunt & aliæ difficultates, quæ operam pyxidum nauticarum, niſi neceſſitas urgeret, me facerent negligere. Vt autem, quoad fieri poteſt, commodiſſimè uſurpentur; plurimum juvabit, ſi paulatim quis in eo ſe exerceat, dimetiendo pingendoque in charta multangula inæquilatera, ut A B C D E in figura 22.

Tabulæ 32. Figura A.

AD dimetiendam altitudinem A B, ad quam datur aditus in B, idque filo E G, annexo pinnulę E, ubi inſtrumentum poſitum fuerit in norma angulari,

gulari, vertitor F C verſus A. Et, tum dimenſa D B, dicendum; E C dat C G; quantum mihi dabit D B, (aut C H?) Et quotus erit A H. Qui ſi addatur H B, æqualis altitudini C D; optata altitudo A B erit inventa. Ratio eſt, quod triangula E C G, C H A, æquilatera ſunt. nam G eſt æqualis A, ratione inverſa, ob parallelas E G, A H; quæ ſingulæ rectum angulum habent; unde lineæ ſubductæ E C, C H, homologæ ſunt.

Si quis vellet metiri angulum C & lineam C H; poſſet altitudinem opera tangentis invenire, dicendo; Radius 100000 dat mihi C H tanti valoris; quantum dabit tangens anguli C? Et quotus erit A H; cui ſi addatur C D, totus erit H B, ut antè.

Figura B.

Datâ diſtantiâ minori altitudine.

CIrcinus volvendus eſt verſus altitudinem A B; &, poſtquam D E poſita ſit verſus A, dicendum erit; F D dat D E; quantum dabit C B? Et quotus erit A H; cui addita C D, totus erit A B. Verum ſi fiat dimenſio A D H, fiat operatio per tangentem, ut in præcedenti figura demonſtratum fuit.

Figura C.

VErum ſi ad AB non detur aditus, propter foſſam O A; primum dimetienda erit longitudo D A, juxta præcedentem modum dimetiendæ longitudinis; & tum reliqua operatio erit eadem quæ ſuprà.

Figura D.

SI ad B nec aditus nec viſus dirigi poſſit, & E X major ſit quam altitudo; tum per regulam auream, I E, E G, G O, invenietur O P. Deinde ſi retrocedatur in F; eodem modo, M F, F K, K R, invenietur R Q. De quo ſubducto O P, reliquus erit T Q. Tandem quando fit dimenſio D C, dicendum; (quoniam Q K T eſt æquangulum cum F A E;) Q T dat mihi F E; quantum dabit R K, (vel K F?) Et quotus erit A X; cui ſi addatur E C, totus erit A B.

Tabulæ 33. Figura E.

ATqui quando C & F magis propè accedunt ad T, quam altitudo A T; tum operatio facilior eſt. nam duplex regula aurea non eſt neceſſaria, ſed dicendum; Modo differentia inter C M, & F I, quæ eſt Q I, dat mihi F C; quantum dabit mihi G F? Et quotus erit A T; cui ſi addatur T B, ſumma erit A B, pro angulo optato.

Figura F.

VEl, ſi quando C propior eſt, & H longius diſtat quam altitudo A T; tum in H per tres, I H, H G, G K, invenietur quartus K L. Deinde eſto K O æqualis O F. Et tandem ſicut O L ad K G, ſic H C ad A T ſe habet; cui ſi addatur H P, quotus erit A B.

Figuræ G, H, I.

IN dimenſione AB, per duo loca, quæ non ſunt in eadem ſuperficie cum AB, altâ pinnulâ P Q dimetiendus erit angulus S D T, hoc modo: Poſito primum baculo in S, ſumptoque angulo habente altitudinem A D T, eundum erit in S. Tum dimensâ diſtantiâ S D, & angulo D S T ſumpto, pali ſufficient ad cognitionem A B. Nam per triangulum D S T, invenietur D T. Deinde per triangulum rectangulum D T A, invenietur A T. Cui ſi addatur T B altitudo inſtrumenti, A B innoteſcet. Idem judicandum de figura H, I. Cur autem author tot figuras delineaverit, ex eo contigit, quod modo utitur ſcala dimenſionis diſtantiæ, modo angulis; unde magna confuſio ſuboritur. Sufficit ſanè mihi exemplorum præcedentium numerus, ad intelligentiam uſus ſcalæ in dimenſione diſtantiæ, & quidem neceſſario. nam inſtrumentum authoris ineptum eſt ad dimetiendos angulos cujuſque altitudinis, niſi fiat conſideratio, utrum majores, minores, vel æquales ſint 45 gradibus; quod difficile & moleſtum eſt. Obiter notabo, (quoniam author ejus non facit mentionem,) oculos in figuris pictos ſignificare, eas juxta perſpectivam delineatas eſſe; ut ignarus ejus ſcite queat, lineas, quæ revera in plano chartæ non ſunt pictæ, ſuam menſuram, ſicut alias, non habere.

Tabulę 34. Figura K, L.

SI quis conſiſtens in monte non ſatis plano, ut Z D, velit dimetiri altitudinem A B, efficiet id hoc modo: Inveniet primùm D B per D Z, qui invenitur opera virgæ K Y, toties loco motæ quoties opus fuerit; item perpendiculo. Tum, dimenſo angulo S P B, & B S P, (qui idem eſt quod BDQ,) triangulum rectangulum D R Q innoteſcet; (nota; Si inſtrumenti altitudo in D eſt æqualis altitudini Q, tum D Q parallela erit cum S P;) & deinde S P B, tandemque A S B. Atque ita invenietur A B, abſque eo ut fiat aditus (qui non datur) in Z. Figura L eodem modo concluditur.

Figura M.

PRofunditates ſine declivitate dimetiuntur accuratiſſime adminiculo perpendicularium. declives verò opera virgæ; niſi dentur loca in monte duo, unde data profunditas cerni poteſt. nam tum primò dimetienda erit diſtantia B per longimetriam, & angulus L B A, & triangulum rectangulum L B A; tum palos ſatis multos habebit cognitos ad cognoſcendum L A.

Figura N.

ALtitudines perpendiculares cum horizonte, dimetiri poſſumus per tabulas figuræ W.

Tabulæ 32. Figura O.

POnitor ſcala V in ſectione B I & C M. Si quis tum ſcire velit longitudinem literarum B A; metietur primò, quocunque modo voluerit, C M, C V; deinde B V, & K M. Et tum dicet; B V, minus K M, dat mihi V M; quantum dabit B V? Et quotus erit V A; vel, ſumma quadratorum B V, V A, erit pro quadrato B A, per 47 primi.

DE

DE PLANIMETRIA.

Tabulæ 35.

DImenſio linearum, eſt linearum tantum, ut A. quales ſunt ulnæ, virgæ, vel alia quævis longitudo. Verum dimenſio ſuperficierum fit in figura quadrilatera, ut B; cujus unum latus eſt æqualis menſuræ eum longitudine, ut A; ita ut, ſi A contineat 1 virgam, tum B vocetur virga quadrata.

Figura I.

IN dimenſione ſuperficiei rectanguli A B C D, metitor longitudo B A 7 virgarum, & latitudo A C 5 virgarum, tum factus erit 35 virgarum quadratarum, pro ſuperficie ABCD. Tantum de ſuperficiebus.

In triangulorum rectangulorum dimenſione multiplicantor duo latera conſtituentia angulum rectum; & tum dimidium de facto ſubducitor.

Figuræ II. III.

IN dimenſione reliquorum triangulorum, multiplicator unum latus cum perpendiculari; & tum dimidium facti erit ſuperficies trianguli. Verum ut perpendicularis inveniri queat, baculi 6 aut 7 pedum ponendi ſunt ſupra parallelam cum aliquo laterum, ut hic A C parallela cum uno latere, ut ab inſtrumento retrocedi queat. Deinde fiat in linea C A, eum tranſverſario, donec B D A rectus ſit. Deinde, dimenſa B D, addantur 6 aut 7 pedes dicti, ut habearur perpendicularis. Aliquando medium latitudinis foſſæ uſurpandum, quando in triangulum non datur aditus. Perpendieulares extrorſum dimetiendæ erunt ſicut in quarta figura, ita ut duo anguli D & D C A recti ſint.

Figuræ V, VI.

SI ad B propter magnam diſtantiam vel aliud quoddam impedimentum non dirigitur viſus, fiat D C perpendicularis cum A C. deinde B G eum E F. & ſumma D E, G B, erit optatum. Arque hæc tota operatio per tranſverſarium D E G & palos inſtituitur.

Tabulæ 36. Figura VII.

IN figuris quadrilateris dimetiendæ ſunt perpendieulares B E, D F, (ſupra diagonalem C A.) quarum ſumma multiplicata cum C A, medium facti aream conſtituet. E. g. Eſto B E 13 D F 8; totus 21, multiplieatus cum C A 44. Medium facti, ſcilicet 462, erit area. Licebit quoque multiplicare 21 cum 22, (medio 44;) vel 10½ per 44; quod eodem recidit; nam idem eſt, multiplieare, per totum, & per partes.

Figura VIII.

ATque liecbit metiri multilateras ſuperficies, & figuras rectilineas, dividendo eas in tot quadrangula quot fieri poteſt, ut hic; &, ſi triangulum reſtat,

reſtat, dimetiendum erit ut antè; deinde ſi addantur omnes ſuperficies, totus erit area tota.

Figura IX.

SI in ſuperficies non daturaditus, multis tamen modis dimenſio inſtitui poteſt. nam ſi ponatur baculus in L, in radiis E C, A B; inde A E O & E O L rectangula, & triangula E L A, C L B, C D E, dimeriri poterimus, ſi de uno E L A ſubducantur duo reliqua. nam reliquus erit area quæſita. Liceret quoq; metiri figuram quadrilateram A E K B, & deinde E K C D; cujus differentia eſſet quæſita area. Dimenſio C B, per æqualem illi A G, fit per parallelas C A, B G.

Figura X.

SI nihil daretur niſi circuitus, & lineas A F, F B, dimetiri non liceret; tum dimetiendi eſſent anguli & lineæ circuitus. Quoniam autem quinquangulum eſt; ideo 10 palos habet, quorum 7 noti quidem erunt, ut fuſe apparet in tabula noſtra ſinus; cujus adminiculo experiri licebir, num in ſequenti ſchemate non ſit error aut oppoſitio, quoniam plures 7 ſunt.

A	60	A B	120	virgæ
B	120	B C	80	
C	30	C D	35	
D	270	D E	100	
E	60	E A	160	
	540			

Preterea invenietur area triangulorum A B D, C B D, E D A, ſi per computationem quæſita ſit baſis & perpendiculares. Ex.g. In triangulo E D A, angulus E & duo latera in eo comprehenſa ſunt cognita; ac proinde & perpendiculares decidentes. Triangulum rectangulum E D H habet tres palos. Quare perpendicularis erir 86 virgarũ 6 (1); medium, 43.3. Quo numero multiplicato cum E A, factus erit 6928 virgarum quadratarum, pro triangulo E D A; atque ita H B D 3115, & B C D 700; quorum ſumma erit 10743.

Iam vero omnes anguli quinquanguli additi conficere debent 540, hoc eſt, 6 angulos rectos; quoniam tria triangula. Atque ita ſciri poterit in qualibet figura multangulari, quot gradus omnes anguli ſimul juncti conficere debeant.

Tabulæ 37. Figuræ XI, XII, XIII.

QUando dantur figuræ obliquilineæ, reducuntor quam quidem fieri poteſt commodiſſimè ad figuras rectilineas, ut A B T F; & reliquum C G I N P T dimetiri licebit modo ſequenti: Eſto G H C quaſi triangulum rectangulum; & I K H G quaſi trapezium. Ponuntor baculi in H, G, K, I, M, L, O, N, &c. Tum, ſi K H foret 5½; & I K, G H, ſimul 8: medium eſt 4, & factus 22, pro trapezio dicto. Idem de cæteris judicium eſto. Tantum quoque ſubducitur, quantum ſumitur pro rectis lineis, ut A B, A F. Eadem eſt operatio figuræ 12 & 13.

Figuræ

Figuræ XIV, XV.

AD inveniendum diametrum circuli, duo baculi in circumferentia ſunt ponendi. Deinde cum tranverſario E videndus per exigua foramina diameter B D. Verum ſi intrinſecus percirculum non datur aditus, ut in 15 figura, norma (vel tranſverſarium) ponenda erit in R, ita ut baculus O videri poſſit, & extremum circuli A. Tandemque Q R eſt æqualis diametro P O. Verum hic modus errori ſubjectus eſt.

Figura XVI.

AD inveniendam interſectionem A B C, ponenda erit norma in medio AC, ut in D. Deinde dimenſâ B D, notandus eſt totus ejus. Eodem modo ſi quis metiri vellet augmentum C B A E, quærere deberet differentiam interſectionis.

Figura XVII.

QUod ad figuram ovalem, quæ Ellipſis vocatur; dimetimur minimum diametrum F A, & maximum B I. Tum dimenſione circuli ſupra minimum diametrum factâ, facile area Ellipſios invenietur; quoniam illa eandem rationem ad Ellipſin, quam minimus diameter ad majorem, habebit. Ex. gr. Si F A foret 21, & B I 36; circumferentia erit $346\frac{2}{7}$. Item, F A 21 dat mihi B I 36; quantum dabit $346\frac{2}{7}$? Et quotus erit 594 pro area Ellipſios.

Differentia tamen eſt in dimenſione regularis vel irregularis. Marolois, ſicut etiã alii plures, inter quos magnus ille Ioſephus Scaliger, differentiam hanc ignoraverunt. Sed differentia eſt, quod Ovale eſt figura quaſi unius ſegmenti, quæ nullam partem circumferentiæ circuli habet; eſt interſectio coni aut cylindri; (quod idem eſt, modo continuo retro interſecet.) Sed de his alias latius.

Tabulæ 38.

Modus fabricandi & in plano delineandi tabulas ſive mappas.

HUnc tractatum ſatis obſcure ac vitioſe conſcriptum ab authore ſolus correxi. Nam ſæpius indicat mentem per characteres, quum figuræ tamen eos non habeant. Dividit pyxidem nauticam in gradus 360; ego vero dividerem ſolummodo in 180 gradus. Quare ipſius verbis ab hac tabula ad uſque 42 utar; quia facilius eſt immutare figuras cum ſuis demonſtrationibus, quam valorem.

Tabularum delineatio nobis eſt mutatio ſive reductio formæ majoris in minorem. Eſtque generalis, vel particularis. Generalis, quando delineatur tabula totius orbis terrarum. Hæc vocatur geographia, & hydrographia. Atq; eam hic negligemus, tantumque de chorographia, quę eſt delineatio partis alicujus terrarum orbis, ſcilicet regni aut provinciæ, tractabimus. Item de Topographia; quæ eſt delineatio civitatis, arcis, pagi, aut ſimilis cujuſdam figuræ. Et diſpoſitionem alicujus formæ majoris in minorem vocamus planimetriam.

Iam vero ut diſtincte explicemus utramque, ordiemur à Topographia. Quæ eſt (ut ſuprà diximus) reductio ſive mutatio formæ in minorem, habentem an-

gulos & latera proportionalia cum majori. Atqui licet diverſi ſint modi hoc efficiendi; tamen omnium temporum experientia docuit, hodieque adhuc docet, quot difficultates ſuboriantur, ut diſpoſitio æqualis & proportionalis fiat. Nam licet anguli quam perfectiſſime ſint obſervati, nunquam tamen quum figura delineanda erit, efficietur ut duæ lineæ extremæ conveniant; præſertim quum dicta figura multos angulos habebit, nam tum difficultas ſe prodit, ita ut tandem neceſſe habeamus parum immutare pictos angulos, ut lineæ extremæ conjungantur. Et figura delineatur ſicut revera eſt. nam hic ſæpe multi errores committuntur. Hanc igitur partem abſolvemus (ut ea quæ fieri poteſt, perfectitudo hic obſervetur,) tam adminiculo Pyxidis nauticæ, & Aſtrolabii, quam Virgæ.

Tabulæ 38. figura 1.

Quinquangulum, ut ABCDE, quod magnæ formæ in plano vel campo eſt, delineandum eſto in minori forma, ſupra chartam, tabulam, vel alibi. Ut hoc exacte fiat, dimerienda erit longitudo linearum AB, BC, CD, DE, EA, EB, & EC, adminiculo catenæ vel virgæ. Quo facto in convenienti ſcala pingitor longitudo linearum AE, AB & BE. Tum ex punctis A & E deſcribuntor arcus ejuſdem diſtantiæ, ſe invicem ſecantes in B E; quibus à puncto E, & diſtantiâ BC, & CE, fient arcus ſe invicem ſecantes in C. Deinde ab eodem puncto C & E (ſumptâ diſtantiâ CD, ED, ſupra dictam ſcalam) pingentur arcus, qui ſe invicem ſecabunt in D. Et tandem ductis lineis, inventa erit figura quinquangula, comprehendens eoſdem angulos & latera, ut apparet ex 4 lib. 6 Euclidis.

Figura 2.

Aliter. Ponitor planca, id eſt, aſſer, tabula, ſicut AC, habens convenientem magnitudinem, ſupra baculum DE. Quo terræ infixo, ita ut ſuperficies dictæ plancæ æqualiter diſtet à ſuperficie plani de quo Tabula erit delineanda; tum annexâ chartâ purâ TIK dictæ plancæ; figitor baculus in aliquem angulorum dicti plani, ut in H. Tum viſo ejus regulam, quæ in charta eſt, angulo dicti plani verſus dextram, ut eſt G, regula immobilis tenetor; ducitorque linea cæca, quæ æqualis erit diſtantiæ quæ erit ab angulo G verſus angulum H, idque ſcalâ in eum uſum factâ. Tum planca immota manente, regula (in qua duæ pinnulæ ſunt) volvetur verſus proximum angulum à ſiniſtris, ut eſt F; ita ut dicta regula tangat extremum ductæ lineæ, ut in I. Tum ducta cis eandem regulam alia linea, pingendæ erunt ſupra eandem incipiendo ab angulo tot partes ſcalæ quot virgæ deprehenduntur ab H ad F; pergendo ita de loco in locum, ſive ab angulo in angulum; habita tantum ratione quando inſtrumentum occupat alium angulum. Notandum quoque, quod norma debeat poni ſupra poſtremò ductam lineam; baculus & planca tam diu volvi, donec per exigua foramina cerni poteſt punctum unde itio facta eſt; ut dilucidiſſime in figura apparet.

Aliter, opera angulorum.

Aliter planus ABCDEFG dimetiendus, tabulaque ejus delineanda erit hoc modo: Obſervantor omnes anguli omniaque latera figuræ datæ opera circuli, ſemicirculi, quadrantis, vel alterius cujuſdam inſtrumenti continentis gradus. Quo facto, computantor omnes anguli recti qui in figura dantur.

tur. Quibus multiplicatis cum 90 gradibus, factus, erit graduum ſumma quos anguli figuræ continent. Quæ ſi conveniat cum ſumma graduum angulorum præcedentis computationis: credendum erit, dictos angulos bene obſervatos eſſe: ut infra videre eſt.

Anguli	A	90	grad.
	B	92	
	C	240	
	D	85	
	E	93	
	F	165	
	G	135	
	Summa	900 grad.	

Quoniam autem figura eſt ſeptangula, dicendum:

Anguli figuræ ſunt — — — 7.
Unde ſubductis — — — — 2,
reliquus eſt — — — — 5.
Quæ multiplicata per — — — 2,
dant factum angulorum rectorum — — 10.
Quo multiplicato cum gradibus anguli recti 90,
factus erit — — — — 900.

Qui collatus cum præcedenti ſumma, ſi conveniat; certum eſt, angulos dicti ſeptanguli bene obſervatos fuiſſe.

Verum, quàm rarò conveniant ſummæ, teſtabuntur ii, qui hujus rei praxin exercent; præcipue vero tum, quando figuræ ſunt polygonæ.

Vt igitur ejuſmodi errores evitentur; meo quidem judicio, aptiſſime in figura, quoad fieri poterit, anguli minuendi erunt. Vt hic, poſito inſtrumento, in F, ſumo angulum C F G, C F E; & metior F E, & F G. Tum poſito inſtrumento in G, ſumo angulum C G F, & C G A: & deinde angulum A G F; qui æqualis debet eſſe ſummæ angulorum C G F & C G A. Quo ſic invento, metiemur G A; inſtrumentumque ponemus in A, ſumendo, ut ſuprà, angulum C A G, & C A B. Quo peracto, ducimus in charta aliqua lineam rectam G F, ponendo cum ſcala virgas; quæ invenientur à G ad F. Tum primum fiat angulus C F G, & C G F. Atque ut tanto accuratius inveniri queat punctum C, ſumenda erit linea G F, quæ eſt una ex longiſſimis, ut habeatur angulus G C F, proximus angulo recto. nam quanto magis acutus fuerit ille angulus, tanto magis incerta erit operatio; ut ſupra dictum eſt. Puncto igitur C accurate invento, facile atque accurate figura delineari poterit, licet etiam error foret in aliis lateribus. nam ſi latus A C ſit vitioſum, uſurpari poterunt duo anguli A G C & A C G; quorum opera invenietur punctum A; & ex conſequenti linea ſive latus A G. Idem de cæteris lateribus judicium eſto. Ita ut accurate invento A G F E, facillime inveniantur anguli B, C, & D; idque ſola obſervatione angulorum D C E, & B C A.

Figura IV.

Eodem modo Tabula civitatis alicujus delineari poſſet, quando loca quædam altiora, ut ſunt turres atque aliæ ejus generis altitudines, quæ ex omnibus angulis civitatis cerni poſſunt, in ea darentur. Obſervatis enim angulis particularibus, tandem quæſitum habebitur; ut apparet ex 4 figura. Quoniam autem accuratior eſt obſervatio, quãdo inſtrumentum æqualiter diſtat à plano vel horizonte; plurimum ſane juvaret, ſi pinnulæ, quæ verſus turrim ſunt dire-

ſtæ, paulo altiores forent, nec neceſſe haberemus inſtrumentum è loco ſuo movere. Ratio quoque habenda eſt, (ut ſuprà monuimus,) quod angulus indicans punctum turris ſemper fere ſit angulus rectus, qui vulgo fit ex longiſſimo latere ſive linea civitatis, ut hic A C; modo metiri eam liceat. ſin minus; obſervandi erunt quàm accuratiſſime anguli B, A, C. Inde numerandi erunt anguli D C A & D A C; ut inveniatur punctum D; cujus operâ reliqui anguli & latera haberi poterunt, delineando angulos E D C & D C E lineâ D E & C E. Et tum obſervandum erit, num linea E C eandem, quam antè, longitudinem habeat. ſi ita; certum, omnia benè obſervata eſſe. Et quoniam anguli D E C, & D C E, per obſervationem ſunt noti; manifeſtum eſt, angulum E D C quoque cognitum eſſe. Atque hæc eſt ratio cur dixerimus, angulos C D E & D C E pingendos eſſe, ſcilicet ut per eos innoteſcat angulus E. Eadem autem operatio, quæ fit ab hoc puncto, eſt in omnibus aliis. Siquis vero non ſemper à puncto D incipere volet, ut inveniat puncta F, G, H, C; ſaltem experimenti loco inſerviet ei, ſi explorabit, num bene poſita ſint; obſervando ſcilicet, quando duo anguli D H G & D G H ſunt dimenſi, num tertius angulus ſit in puncto D; quod neceſſe eſt, ſi obſervatio accurate facta ſit.

Verum ſi turris dicta vel alia quævis altitudo ex omnibus angulis civitatis cerni non poſſit; neceſſe erit, ut alius modus adhibeatur. Ex. gr. Eſto civitas A B C D E F G H I, de qua tabula erit delineanda; nec tamen ex aliquo angulorum ulla altitudo cerni poſſit, ſed tantum anguli dati. Vt fiat tamen operatio, ponitor inſtrumentum in B; & dirigitor viſus in puncta C & A; &, ſi fieri poſſit, etiam in punctum E; obſervando interea tam angulum A B E, quam E B C. Ab angulo autem G obſervabuntur anguli B C E, & anguli B C A, A C E, &, ſi fieri poſſit, angulus F C E, atq; ita deinceps reliqui anguli. Tum, ductâ lineâ B C; anguliſque E B C, & B C E, ſupra eam delineatis; neceſſe eſt ut E C habeat longitudinem lineæ ſive lateris civitatis; quæ prius catena vel virga erit. Dimenſa linea igitur E C, notata in ſcala, ſi conveniat; certum erit, angulum B C E bene obſervatum & delineatum fuiſſe. Ad majorem quoque certitudinem, videndum, num angulus A B E conveniat cum angulo obſervationis, quod neceſſe eſt; ut figura 4 clare demonſtrat.

Figuræ V, VI.

SI occaſio non permittat, ut angulos C aut H, ſed tantum lineas B C, C H, & H E, metiri liceat; tamen tabula B C H E delineari poterit; obſervando ſcilicet angulos C B H, & H E C. Deinde ducenda erit linea quædam cæca C H, in charta pura; ſupra quam opera ſcalę ponetur obſervata longitudo C H; & ab extremitate dictæ lineæ ducendi erunt duo anguli, habentes magnitudinem C B A, & C E H; ut ſequitur:

Ab angulo recto — — —	90	grad.
ſubducto angulo C E H — — —	55	
Reliquus, pro angulo I H C, — —	35	

Vt innoteſcat angulus M H C, dicendum erit:

Ab angulo recto — — —	90	grad.
ſubducto angulo H B C — —	52¾	
Reliquus pro angulo M H C eſt	37¼	

Factis igitur ab extremitatibus lineæ C H, angulis M H C & M C H, item I C H & I H C; ubi lineæ M H, & C M, H I, ſe invicem ſecant in punctis M & I, ducendi

ducendi erunt ab iiſdem & à diſtantiis M H & H I diverſis tempotibus arcus qui in figura ſunt notati literis E H C & H C B. Deinde adminiculo ſcalæ poſitâ diſtantiâ reciprocâ, ut à punctis C & H ad B & E; tandem ducuntor lineæ C B, & H E; quæ abſolvent figuram B C H E, æqualem B C & H E in majori forma. Idem fiat cum parte B A, G D; metiendo nimirum omnia latera; & obſervando angulos G B A, & A D G; pingendo G B A 47 graduum, & G D A 42 $\frac{1}{2}$ graduum. Inde ſequens operatio proficiſcetur:

Ab angulo recto — — —	90	grad.
ſubducto angulo G B A — —	47	
Reliquus pro angulo L A G eſt —	43	

Et de K A G hoc modo:

Ab angulo recto — — —	90	grad.
ſubducto G D A — — —	42$\frac{1}{2}$	
Reliquus pro angulo G A K eſt	37$\frac{1}{2}$	

Factis igitur angulis dictis G A L, & G A K, quorum alter eſt 43 graduum, alter 4$\frac{1}{2}$ graduum, idque à punctis A & G, ubi ſe invicem ſecant, ut in punctis L & K; fient ab iiſdem & à diſtantiis L, A, K A, diverſo tempore, arcus G A B, & A G D. Deinde adminiculo ſcalę ſumpta diſtantia G D & A B, eaque ſupra dictos arcus poſita, habebimus figuram A B D G. deinde reſecta parte D G A B, & E H C B, fiet tum angulus A B C. Poſitaque B C ſupra B C, acu ducentur puncta C H E. Idem fiet cum tota figura B A G D. Tandemque factis è punctis D & E, & diſtantiis D F & F E, arcubus, ſe invicem ſecantibus in F; tabula erit abſoluta & perfecta. Vt autem certi ſimus de perfectitudine; obſervabimus primo angulum F; &, ſi is conveniat cum eo qui eſt in tabula delineatus, accuratiſſime erit operatio peracta. Fieri enim non poteſt, ut alicubi ſit error quam in angulo F, vel in diſpoſitione linearum A B, B C, ſupra A B, B C. Quare ſi error ſit in angulo F, eodem modo ille corrigendus eſt; & figura quęſita erit perfecta.

Antequam ulterius progrediamur, notandum erit; quando angulus A obſervari nequit, quod nec angulus C; &, quod locus aptus poſitioni inſtrumenti non datur; poſſet enim in dicto angulo domus vel aliud quoddam impedimentum reperiri.

Item notandum; quod, quum nos primò delinearimus angulum B, licuſſet incepiſſe ab F; & à punctis G & H obſervaſſe angulos D G F, & F H E; quorum opera inveniri poſſent anguli D & E, juxta operationem præcedentem. Sic & reliquum dictæ figuræ.

Tabulæ 39. Figura VII.

SI quis Tabulam partis figuræ, ut H L A, vellet delineare, & viſus à puncto A in L dirigi non poſſet, ſicut nec ab L in A; fiet tamen operatio per interſectionem duarum linearum curvarũ, modo ſequenti: Retro fiat itio in linea H L, ut ab L in O, dimetiendo ab L ad Q, (ubi baculus figitur,) deinde à P ad O; (ubi quoque baculus figitur.) Tum ab A obſervatis angulis O A P, & P A Q, invenietur punctum ſive angulus A, modo ſequenti: Nota primum in ſcala obſervatas menſuras, ut ab L ad Q, à Q ad P, & à P ad O. Deinde anguli O A P & P A Q, ſinguli 90 graduum, ducuntor; & inventi erunt anguli circumferentię vel baſeos. Vt inveniantur anguli centri, ducuntor lineæ O R, P R, & P S, Q S, verſus angulos circumferentiæ; & interſectiones eorum erunt centra circulorum. Quare circumferentiæ ſe mutuo ſecant in puncto A. Atque ita invenietur punctum A. Quanquam & hoc aliquo modo obſervari poteſt à puncto L,

ita ut civitatem circuire non ſit opus ; ut figura clare docet.

NOTA,

Quod angulus A & angulus L noti fieri poſſent per angulum O & O Q A. Nam ſi dirigi viſus poſſet à punctis O & Q ad A, facile innoteſcet punctum A. Verum ſi locum mutare nolimus, tamen certo poterit inveniri punctum dictum A, juxta regulam præcedentem.

Figura VIII.

SI quis velit delineare figuræ irregularis ſive curvæ tabulam, utpote ſilvæ, per quam nec datur aditus nec viſus, neque exitus propter aquas circumfluentes, ſed unica modo via B F, per quam licet in ſilvam ire ; tum, ut inveniatur circuitus A B C, ponendi erunt in via F B tres baculi F E D, tantæ magnitudinis ut cerni poſſint, habentes in ſummitate vaſa vel corbes, vel aliud quid quod è longinquo appatet, (ſcilicet quando punctum C ab F procul diſtat, utpote ſemimilliari vel circiter.) Verum in diſtantiis minoribus tanta inſtrumenrorum copia non eſt opus. Tum obſervantor à puncto C anguli F C E, & E C D; item à puncto A anguli F A E, & E A D. Deinde inveniuntor juxtà modum præcedentem anguli circuitus, qui lineas F E & E D ambiunt; unde liceat in interſectione delineare angulos æquales F C E & E C D; item in altera interſectione angulos F A E, & E A D. Quod fit eodem modo, quo invenimus jam ante angulum A, ducendo angulum F C E 90 graduum; & tum reſtabit angulus baſeos, ut pingatur centrum circuli qui angulum F C E claudit; atque invenietur angulus, ſicut & angulus A. Deinde ſupra F D ponendi erunt tot virgæ quot repe-riuntur à D ad B; idque auxilio ſcalæ; & tandem invenietur centrum circuitus, cujus circumferentia fluit per puncta A, B, & C; & habebitur quæſitum.

Si F E D non ſint in eadem recta linea, obſervanda accurate erunt dicta puncta A & C; inveſtigando quomodo ſita ſint, quos angulos faciant & quomodo diſtent. facilis enim erit deſcriptio obliquitatis linearum F E, E D, & D B. unde tandem invenientur puncta A & C, juxta ſuprà dicta.

Figuræ IX, X.

IUxta hunc modum licebit in Tabula delineare triangulum C B A. Cujus anguli B & A non ſunt apti ad operationem, ſed tantum angulus C, & latus A B ſunt nota. Vt de eo igitur tabula fiat, ponitor ſupra lineam A B baculus, ut in G; ita ut G A B ſit linea recta. Deinde opera inſtrumenti dimenſis angulis B C A, & A C G; ducitor recta cœca; ſupra quam notabuntur diſtantiæ A B & A G. Quoniam autem angulus centri duplo major eſt quàm angulus circumferentiæ, angulus baſeos hoc modo ſumetur:

Angulus B C A valet $39\frac{4}{7}$ } Quibus ſubductis à 90, reli- { $50\frac{3}{7}$ } pro angulis
Angulus A C G valet $19\frac{4}{7}$ } quus erit { $70\frac{3}{7}$ } ſupra baſin.

Notantor ſupra lineam B G auxilio ſcalæ longitudines A B 40 virgarum, & A G 30 virgarum; & manifeſtum erit quod angulus A B H valebit $50\frac{3}{7}$ gradus; qui angulus ſupra baſin eſt; ita ut H ſit centrum circuli, comprehendens lineam A B; ſupra quam ex circumferentia duci poteſt angulus B C A, valens $39\frac{4}{7}$ gradus, & K erit centrum alterius circuli, qui angulum A C G valens $19\frac{4}{7}$ gradus, continet, & comprehendit lineam A G; ita punctum interſectionis C quæſitum duorum circulorum erit. Inde ſubducta linea recta B C & C A, triangulum datum erit inventum.

Figura

Figura XI.

Eodem modo licebit cognoſcere & in tabula ponere punctum D, quod exempli gratia erit initium cuniculi, quando in exercitu inde poterunt cerni tria loca à terra elevata, quæ in urbe reperiuntur & in tabula picta ſunt; qualia ſunt turres, vel anguli munimentorum; obſervando angulos A D B, & B D C. Deinde ſubductis iiſdem angulis à 90, reliquus erit angulus E B A, & F B C; quo poterunt inveniri centra circuli, ut ſunt E & F. Supra quæ ductis arcubus, qui ſe invicem ſecant in B D, alter cum latitudine E A, & alter cum latitudine F B, tum inventum erit punctum propoſitum D, ut figura docet.

De uſu Pyxidis Nauticæ.

Tabulæ 40. Figura XII.

SI daretur tabula loci polygoni conficienda, ad quem non daretur conſpectus niſi ab angulo in angulum, tum pyxis nautica aptiſſimum inſtrumentum erit, ut ſuprà diximus. Fabricetur igitur pyxis nautica, cujus circumferentia diviſa ſit in 360 gradus; ita ut margo circuitus ejus, ſitus circa extremitatem acus, & gradus, notati ſint ab occidente verſus orientem, juxta ordinem ſignorum Zodiaci; interna vero capacitas ſit latior diametro circuitus vel acus, ne umbra impediat viſum in gradus, ſicut figura A hic depicta oſtendit.

Tum, ſi quando ejus uſus erit, ponitor in aliquo angulorum, de quo duo latera anguli ejus cerni poſſint; ita tamen, ut dicta pyxis ſemper reſpiciat verſus ſiniſtram; vel, ut character 2 ſemper ſit ad latus ſiniſtræ; vel potius, ut numerus 2 ſemper reſpiciat verſus locum ad quem fiet itio, & character 1 verſus locum unde facta eſt itio. Atque ita, obſervatis angulis & lateribus loci de quo tabula delineanda erit, reſervantor ſpecialia & particularia memoriter, vel in tabella, ut hic videre eſt:

HCB	——	——	58.
HEB	——	——	160.
HFB	——	——	260.
HGB	——	——	330.

Tabulæ 41: Figuræ XIII, XIV, & XV.

SUmitor tabula deſcripta in noſtra perſpectiva, quæ eſt planca A, B, C, D; ſupra quam notatus eſt curſor literis H I; ut apparet ex 13 figura. Tum quadrans circuli (in figura 14) dividitor in 90 gradus, & notantor ut figura demonſtrat, ut eorum fiat uſus infra deſcriptus. Quilibet vero diameter ſit 4 pollicum, ut gradus tantæ perſoectitudinis eo certius diſcerni queant. Deinde affigitor charta pura dictæ tabulæ, notata literis A B C D. Poſitoque quadrante, curſor H I ſit acus, quæ ſemper indicat ſeptentrionem. Tum dicto quadrante I C notabuntur gradus indicis vel acus; numerando à puncto H verſus dextram tot gradus quot acus indicat; obſervando, circulum univerſum diviſum eſſe in quatuor quadrantes, cujus duo priores ſunt verſus ſiniſtrâm ejus regulæ. Vt autem tanto facilius comprehendantur quæ dicta ſunt, ſupra dictum inſtrumentum fiximus chartam 1, 2, 3, 4; in qua acu delineata eſt figura-quadrilatera irregularis.

CEFG; cujus primum latus verſus ſiniſtram eſt CE; quæ ducta eſt obliquitate lineæ poſt ſeptentrionem, ut ante CE. Quod fit hoc modo: pingitur punctum C, quo vertitur curſor HI. Tum, poſito quadrante in C, ejusque ſemidiametro ſupra CH, notantor 85 gradus ab A ad B. Deinde ducitor linea infinita CE; fiatque æqualis dimenſæ longitudini, auxilio ſcalæ in eum uſum fabricatæ. Tum vertitor curſor HI à C ad E, ut ducatur angulus HEB. Quoniam autem ille major eſt priori quadrante circuli, centrum quadrantis ponendum erit in E, & latus ab E verſus I contra dictum curſorem, quærendo magnitudinem anguli HEB in ſecundo margine. Tum denuo notato puncto gradus acu, ducitor recta ab E per dictum B uſque in F æqualis diſtantiæ dimenſæ; in quo puncto F poſito curſore HI, ducetur angulus HFB, qui eſt in ſecundo ſemicirculo, ponendo angulum quadrantis in F, & alterum laterum contra FH, & numerando in quarto margine graduum numerum quem acus indicavit, quãdo viſa eſt FG; è regione cujus puncti, in charta notabitur punctum vel aliquod aliud exiguum ſtigma acu, ut ducatur linea GF; qua convenienter facta, vertitor curſor in G, ut ibi notetur obliquitas lineæ GC, ponendo quadrantem circuli cum centro ſuo in G, & alterum diametrorum contra dictum curſorem G verſus H. Tum notator in quarto margine numerus graduum; videtorque num' cum gradibus obſervationis conveniat; è regione cujus denuo punctum pingendum erit, ut ducatur linea CG; quæ non ſolum debet fluere per dictum punctum C, ſed GC debet quoque eandem habere longitudinem quam latera in dimenſione obſervata. Et tum figura quadrilatera erit deſcripta; juxta quem modum, planum ABCDEFGH quoque in tabula delineatum eſt, ut 15 figura demonſtrat.

Figura XVI.

Eodem modo delineari poterit figura B, quam via irregularis comprehendit, ſi ponantur baculi in medio viæ, ita ut medium ejus cerni poſſit, abſque eo quod linea radialis aliquomodo exinde fluat. Baculi hic ſunt notati punctis quibuſdam. Tum artifex tabulæ ſe ſiſtet Ex. gr. in B, videbitque verſus punctum A, quod baculum ſive indicem demonſtrat, & C, quod alium indicat, utraque poſita ſupra terminos rectæ AB & BC quæ eſt dicta via; (nam ſi ulterius ponantur, erunt extra viam;) obſervando quot gradus acus pyxidis nauticæ indicat, tam in AB, quam in BC. Tum diſtantiis dimenſis, ponitor dicta pyxis nautica in D, relinquendo indicia B & C; & ſiſtat ſe artifex in D, ita ut æque angulum C ac punctum E videre queat, ita ut linea viſibilis ſemper ſit in medio viæ abſque eo quod inde fluat. Tum denuo videat verſus indicem acus, tam à D ad C, quam à D uſque in E; notando gradus in charta vel alibi, ſicut quoque longitudines DC & DE, &c. Atque ita pergat donec veniat in B; obſerverque ut dicta pyxis nautica ſemper ſit in uno latere, ſcilicet in numero 2, ſemperque verſus CD & E, &c. Ut exinde tabula fiat, ut ſupra dictum eſt, hic affigitor charta pura ſupra tabulam noſtram aptam perſpectivæ, & tum auxilio curſoris & quadrantis deſcribantur omnes declinationes acus, & longitudines linearum; quibus licebit invenire circuitum dictæ figuræ B; extra & intra quem ducuntor lineæ habentes mediam latitudinem viæ; & figura erit abſoluta, ut apparet ex 16.

Eodem modo licebit delineare flumina aliasque figuras irregulares.

Figura XVII.

Tandem, ut delineetur civitas ABCDEFGH; ad quam non datur aditus niſi extra eam, nec magis procul licet diſtare quam exemplum demonſtrat; poterit

terit hoc præſtari uſu pyxidis nauticæ, hoc modo: Notantor quædam ſigna in muris rectis qui cortinæ dicuntur quæ cerni poſſint ab angulis ABCD; in quibus angulis pyxis nautica ponetur, ita ut à radiis viſibilibus ſimul & eodē modo tangantur & turres & dicta ſigna; diligenter obſervando, quem gradum acus indicet; item, ut ea pars pyxidis nauticæ, ubi picta eſt litera I, ſemper ſit verſus locum unde cæptum eſt, & character 2 verſus locum quo eundum erit, (ut antè ſæpe monuimus,) & juxta ea quæ intelligi poſſunt à puncto A. Tum vertitor inſtrumentum ab A in B; videndo rurſus à puncto I, & ab alio puncto K, ita ut radii viſibiles ſemper attingant turrim B. Vnde apparet quod pyxis nautica tantum debet diſtare à dicta turri, ut liceat videre puncta I & K. Quo peracto metiendæ erunt diſtantiæ AI, IB; BK, & KC; &c. ſicut & cortinæ I, K, & L; ponendo quoque pyxidem nauticam verſus eas, ut innoteſcant earum declinationes; facto initio dimenſionis ab I verſus dictam turrim A, & tum verſus turrim B, &c. Quo accurate obſervato, & dimenſis lateribus AI, BI, BK, &c. facile erit invenire altitudinem turrium; obſervando nimirum, quod termini ſive extremitates cortinarum IKL &c. initium & terminum ſive extremitatem turrium dant, & ſimul tangunt lineam viſibilem AIBKC &c. Diviſo enim angulo A vel B in duas partes æquales, certum erit quod linea diviſionis erit centrum circuli, vel dictæ turris. Quo peracto ponitor alterum crus circini in dicta linea, & alterum crus extenditor ad extremitatem cortinarum; ducendo circumferentiam turrium, prout lineas viſibiles tangunt; & bene erunt deſcriptæ, ſi modo dicta circumferentia non attingat lineas radicales AI, IB, BK, KC. &c. Pro ratione autem operis, aperietur vel comprimetur circinus, donec dictæ lineæ attingi poſſint. Quibus omnibus in charta vel alibi bene accurateque notatis, poterit inde tabula delineari, ut ſuprà docuimus; atque ita quæſitum perficietur.

NOTA,

SI daretur aditus in dictam civitatem, vel arcem; præſtaret cortinas dictas prolongare linea viſibili, donec ſe mutuo interſecarent; poſitoque baculo in angulo interſectionis, operatio certior foret, ut antè, neque neceſſe eſſet ita, ut ſupra, obſervare anguli magnitudinem. Præterea ſi quis velit accuratius centra minorum turrium invenire, ducat ex radicalium linearū mutuo tactu perpendiculares ſupra circumferentias, quæ lineas fluentes per centra dictarum turrium ſecabunt in iiſdem centris.

Figura XVIII.

POterit quoque delineari magnitudo alicujus turris rotundę extra urbem vel arcem ſitæ, hoc modo: Ponitor inſtrumentum in aliquo loco, ut hic in A; & dirigitor viſus per pinnulas in puncta B & C, tangentia ſolum circumferentiam eorum in iiſdem punctis. Tum obſervatâ aperturâ anguli A, (qui locus eſt artificis,) clauditor inſtrumentum ad dimidium anguli uſque, manente altero crure dicti inſtrumenti ſupra BA; & per aliud videbitur punctum D. Tum dimenſo AD, & AB; BA per ſeipſum multiplicabitur, & factus dividetur per AD; & quotus erit AE; de quo, ſubducto AD, reliquus erit diameter dictæ turris, ſcilicet DE, ut ex 36 lib. 3 Euclidis apparet.

Figura XIX.

SI data figura, de qua tabula delineanda erit, ſit in æquilatera, ut hic 19 figura, præſtaret figuram dividere ut ſuprà, ut eo modo reſecari poſſent omnes

partes circulares cum lineis rectis BC, DG. Tum ductis perpendicularibus LM, N, &c. dimetiri licebit quaſi per lineam BC, & partibus earum, Tum ducenda erit in aliquâ purâ chartâ linea B, ſumptâ ſupra ſcalam diſtantiâ a B ad primam perpendicularem L; ea ponetur ſupra dictam lineam cæcam. Factâ autem perpendiculari L juxta debitam altitudinem, ponetur, ut antè, ſupra eandem lineam BC, diſtantia à B ad ſecundam perpendicularem M; erigendo ab hoc puncto perpendicularem M cum vera longitudine ſua. Atque idem de cæteris punctis judicium eſto. Tandem ducitor (ab extremitatibus perpendicularium) linea curva, quæ dabit quæſitum.

Tranſpoſitio, operâ præcedentis inſtrumenti, planarum figurarum, quarum anguli, juxta vulgarem modum, auxilio Aſtrolabii dimetiendi erunt.

Tabula 42.

POnatur, quod figura hæc 42 accurate ſit perfecta, & angulos habeat HGFEDCBA.

H	160	grad.	8
G	25		2
F	300		6
E	50		2
D	65		12
C	290		90
B	100		1080 grad.
A	90		
	1080		

Heic qui volet tabulam delineare operâ inſtrumenti præcedentis, efficiet illud hoc modo; Poſito, quod AH ſit parallela cum baſi inſtrumenti, quoniam angulus H obtuſus eſt, manifeſtum eſt, quod linea GH cadet verſus ſiniſtram, in ſecundo ſemicirculo. Quare prius angulus dictus ſubducetur à ſemicirculo, & reliquus erit 20 grad. Quibus additis tribus angulis 270 graduum, inclinatio lineæ HG erit 290 graduum, numerando à dextra verſus ſiniſtram; qui notandi erunt ut ſequitur:

			Inclinatio.
H	160	90	HG
G	25	85	GF
F	300	325	
E	50	95	
D	65		
C	290		
B	100		
A	90		

Angulus G, qui eſt 25 graduum eſt, addendus angulo GHF 70 graduum; & totus erit 95 graduum. Quo ſubducto ab 180, reliquus erit 85 graduum, pro angulo HFG; qui etiam in tabula præcedenti eſt notandus. Angulo autem F, qui facit 300 gradus, ſubducto à 360 gradibus, reliquus eſt 60 graduum, pro angulo EFG. Cui addito angulo HFG 85 graduum, totus erit 145. Eoque addito priori ſemi-

circulo

circulo 180 graduum, totus erit 325 graduum; qui erunt è regione anguli F, pro declinatione lineæ FE. Angulo autem E denuò addito angulo EFH, qui eſt 35 graduum, totus erit 85 graduum. Quo ſubducto ab 180 gradibus, reliquus erit 95 graduum & declinatio lineæ ED.

Eadem operatione in ſingulis triangulis inſtituta, invenientur declinationes, quibus delineari poterunt figuræ ſupra tabulam, abſque eo quod habeatur ratio angulorum, ſed ſolum obſervata declinatione linearum. Quod ſanè multum præſtat, quia errores, qui committuntur in angulis, ſunt particulares, qui non ſequuntur in ſequentibus angulis, ut ſolet fieri, quando topographica figura delineatur per particulares angulos; nam uno tum errore commiſſo, quo plures anguli dantur, hoc error eſſe major poterit. Quare in hoc caſu hæc ſunt conſideranda. nam tunc hujuſmodi operationis uſus perneceſſarius eſt. Quando autem tabula nimis magna foret, liceret eas partes reſecare, quas tabula contineret; quæ deinde poterunt conjungi, ita ut omnes lineæ meridiani & horizontis ſibi invicem fiant obviæ. Et tabula perfectè erit abſoluta. Verum habenda eſt ratio computationis declinationum laterum figuræ datæ, ne error committatur.

Diſpoſitio in plano.

VOcamus diſpoſitionem in plano, delineationem figuræ minoris in majorem, ut antè diximus. Verum quam difficile ſit minorem figuram mutare in majorem, ex ſequentibus apparebit. Ne autem videantur errores, ut in majoribus formis, diligens eſt habenda ratio praxios, ſcilicet delineationis formæ minoris in majorem, quod hîc vocamus diſpoſitionem in plano. Vitandi igitur hic ſunt diligenter polygoni, aliaque, ut infra docebimus.

Figura XX.

VT igitur aliqua figura in plano delineetur, fiat primo quadratum, cujus quodlibet latus valeat 7000 pedes geometricos. Diagonales paulò minus 990 pedibus valebunt; quorum medium erit 495 pedum. Dimenſis igitur ab E ad D 495 pedibus, inventum erit centrum quadrati; ubi baculus figendus erit. Huic fuſti ſeu baculo, in centro quadrati defixo, funes duo (qui tempeſtatum vitio longitudinem non mutent; alioquin operatio incerta erit) alligantor, ſinguli 495 pedes longi; tertius autem, 700 pedum, à D ad E & F extendatur; & accurate dabitur tunc quæſitum latus quadrati, inque eo forma quælibet magna. Verum quum in funibus tot dentur errores ob tempeſtatum mutationes, neque etiam centrum loci ſæpè haberi poſſit, qui in plano delineandus erit, ob ædium, arborum vel paludum impedimenta; nullus uſus melior eſt quam inſtrumenti. Si autem hoc poni poſſit in centro D, haberi poterit angulus EDF; qui in hoc exemplo valet 90 gradus. Tum, ſi fiat ab eodem baculo D dimenſio 495 pedum verſus E & F, diſtantia E F erit cognita; quæ dimetienda erit, ut experiamur num area 700 ſit quod requirebatur. Tandem, ductis diagonalibus DC, DB, opus erit perfectum.

Figura XXI.

VErum ſi quis vellet dictam figuram in plano delineare, ita ut latus IK æqualiter diſtet à via GH; certiſſimum foret, ſi inſtrumentum primò poneretur in N, & viſus dirigeretur per pinnulas cis viam G H, ut ab N ad O & ad M. Tum

dimenſis ab N O 700 pedibus, totitemque ab N in M, tantoque pluribus quanto magis punctum K debet diſtare à via. Deinde inſtrumento poſito in O, factus erit angulus rectus N O L, ponendo ſupra lineam radicalem L baculum. Tum dimetiendi erunt à puncto O 700 pedes; vel tanto plures, quanto plures fuerint dimenſi ab N ad K, ut ab O ad I. Atque ita quadratum I K L M in plano erit delineatum, juxta requiſita.

Figura XXII.

VErum ſi figura in plano delineanda ſit multilatera, & neceſſe ſit ut aliquod laterum ponatur cis viam, vel flumen; primò dimetienda erit linea IK; & tum quæretur centrum multilateræ, cujus latus eſt IK. Quod facile fit juxta ea quæ ſupra docuimus, in deſcriptione figurarum multilaterarum. Quoniam enim anguli I & K ſunt noti, medium eorum quoque notum erit. Ac proinde poſito inſtrumento in terminis lineæ IK, quæ æqualiter diſtat à G H; & aperto cum totidem gradibus, quot medium anguli cõtinet; tum ponentur in linea viſibili ſigna ſive baculi Q & K; & fiet tandiu regreſſus, donec ab uno eodemque puncto videri poſſint baculi ſive ſigna Q I & R K, ambo bini in linea recta quæ prodit à puncto C centro figuræ multilateræ. Vnde dimenſis lineis CI & CK, quæ æquales debent eſſe juxta definitionem circuli, atq; etiam cum computatione quæ facta erit; ſequetur certiſſime, centrum C, & punctum, accurate inventum eſſe. Quorum operâ facile erit invenire reliquos angulos figuræ multilateræ, ponendo inſtrumentum in C. Vt autem, quoad fieri poteſt, multitudo angulorum evitetur, fiat angulus ICE duplo major angulo ICK, poſito baculo in S. Deinde ponitor inſtrumentum in I; fietque angulus CIE; eundo tam diu retro cis IE, (ſcilicet quæ baculum ſive ſignum gerit,) donec occurratur lineæ CS; quod fit baculis ſive ſignis; & punctum occurſus erit in E; quod erit unum ex lateribus figuræ multilateræ. Per hoc, & per angulum I, facile erit invenire angulum D, idq; tam perpendiculari D T, quã angulis DIE & DEI. Idemque de cæteris figuræ multilateræ angulis judicium eſto. Poſſent quoque computari anguli KIE & IKO. Tum, poſito inſtrumento in punctis K & I, potuiſſent delineari IKO & KIE, dimetiendo ſupra LE & KO tot virgas, quot in computatione erunt; & inventa erunt puncta & anguli E & O; idque ob eam cauſſam quod anguli KIE & IKO prope accedunt ad angulum rectum; quod certiſſimum eſt, ut ſuprà monuimus; ita ut, quando neceſſe habemus, quaſdam figuras in plano delineare operâ angulorum, certiſſima regula ſit, reſecare tot angulos quot à circumferentia reſecari poſſunt; ſicut in dicta figura videre eſt, ubi reſecti ſunt anguli D & P; qui multo certius deinde conjunguntur, ſumendo angulos PKO & POK, ſicut etiam EOF & OEF. Atque ita de cęteris angulis, ut figura 22 demonſtrat.

Munimenti alicujus vel partis ejus delineatio in plano.

Figura XXIII.

IN delineatione munimenti ſive arcis alicujus in plano, ſi centrum loci haberi queat, certius erit, inde exordium facere; quam circuitum delineare incipiendo ab angulis munimentorum, ut fere fit. Potius inveniendum ergo centrum arcis, ut hic punctum C; diligenter & accurate ſumendo angulum A C B, qui notus eſt per computationem factam; unde non ſolum innoteſcit linea A C, ſed quotquot ducuntur in arce ad perfectionem ejus; (de quibus infrà in fortificatione ſermo erit.) Deinde ponuntor baculi in punctis E & F, ut dimetiri queant

queant ſupra EF continuo tot virgæ quot linea faucis (Galli *gorge* vocant) requirit. Tandem inſtrumento poſito in A', ducetur angulus CAD æqualis dimidio anguli munimenti; viſoque ſupra lineam AD, & dimenſa longitudine frontis, (Galli *face* vocant,) ut ab A ad G; inventa erit cortina LO, æqualis GK. Atque ita notæ erunt omnes partes arcis, contentæ intra duas lineas AC & CB. Verum ſi occaſio loci impediat ne centrum C inveniri queat; vel occaſio poſtulet, ut initium fiat ab angulo munimenti; neceſſe erit invenire lineam AB, obſervando ubi lineę extenſæ reſponſoris (Galli *flanc* vocant) interſecat lineam dictam AB (quæ eſt diſtantia ab uno angulo munimenti ad alium;) ut hic in H & I. Quod invenitur per computationem infrà in fortificatione deſcriptam. Deinde dimenſâ diſtantiâ ab A & B, ſcilicet AH & IB, ducentur à punctis H & I anguli recti AHL & BIO, dimetiendo IK & KO, item HG & GL; quæ dabunt frontes (Galli *faces* vocant) munimentorum AG & BK, itemque reſponſores (Galli *flancs* vocant) GL & KO, ſicut & cortinas LO. Ita ut hoc modo juxta ordinem inventæ ſint omnes partes munimenti & dimenſæ, idque meo judicio tam perfectè quam fieri poteſt. Sicut enim factum eſt ſupra lineam AB, ſic faciendum erit quoque ſupra lineam AO, modo obſervetur ut angulus A accurate in plano notetur, ducendo AR æqualem cum AG, & angulum BAR æqualem angulo OAG. Vnde facile licebit invenire cæteras partes arcis ſitas intra AO, dimetiendo ſupra AB æqualem AH, & erigendo perpendicularem PQ, in qua ponentur partes PR & RQ, æquales HG & GL. Deinde, ut experimentum fiat, num angulus A accurate ſit poſitus in plano, nec ne, menſuretur linea faucis QE, quæ æqualis eſt DL. Prætereà, ſi locus permittat, ut liceat ſtare in puncto S, poterit quoque experimentum fieri anguli A, ponendo inſtrumentum in S, ejus aperturæ quam locus poſtulat. Deinde, ſi dirigatur viſus per alterum crus A, punctum P debet neceſſario incidere in viſum alterius cruris, modo angulus A & diſtantia AP bene ſumpta fuerint. Vt vero certius & accuratius perfectitudo puncti R & magnitudinis anguli A inveniatur, ponendum inſtrumentum in T, & aperiendum erit pro re nata & loci occaſione. Alioquin præſtaret ut angulus T rectus foret; atque ita directo viſu in rectam AC, & cis alterum crus in C, ſi tum linea viſibilis fiat obvia puncto O, certum erit, angulum accurate poſitum eſſe.

Experimentum quoque fiet hoc modo: Ponitor inſtrumentum in A, & obſervator angulus BAR, qui notus eſt. Si tum linea viſibilis occurrat puncto R, certum erit, angulum GAR accurate factum eſſe.

Verum ſiquis angulum A ita velit in dato conſtituere loco, ut frons munimenti AG parallela ſit lineæ; ut XB; quæ tangit aliud munimentum in B; præſtaret tum, meo quidem judicio, delineare angulum XBA. Et quoniam linea AB nota eſt, manifeſtum fit, quàm exiguo labore reliquum inveniri poſſit.

Si contingeret, angulum R debere diſtare aliquot virgas vel pedes, ita ut munimentũ B foret ab hac parte lineæ, id ſine ulla conditione fieri poterit; hoc ſolo obſervato, quod linea XB parallela eſſe debebit lineæ AV. cognita enim linea X A, reliquum per præcedens exemplum manifeſtum erit. Quare de eo plura dicere ſuperſedemus. Quanquam autem adhuc multæ aliæ propoſitiones hanc materiam ſpectantes deſcribi poſſent; conſultum tamen, pro hac vice non ulterius progredi, ne nimis prolixus fiam, judicavi.

Figura XXIV.

PErgimus igitur deſcribere modum delineandi duo munimenta in plano, ſita in aliquo flumine, abſque eo tamen ut architectus vel mathematicus neceſſe habeat ſe ſiſtere in flumine, neque ad illud accedere tam prope ut madefiat.

Vt, ex. gr. eſto cortina AB; ſupra quam exſtruenda erunt duo munimenta; quorum anguli ſunt notati literis L & M; quarum centra ſunt C & D. Hoc perficietur abſque eo ut quis ſe in flumine ſiſtat; ac dimenſio A F aut F L, vel magnitudinis angulorum L&M, modo ſequenti peragenda: Fiat primum computatio angulorum, qui lineas defenſionis conſtituunt ſupra cortinas, item angulorum figurarum multilaterarum, & angulorum munimenti. Tum poſito inſtrumento in O, ducitor angulus AOP; & baculi ponuntor in P & O; ut hoc modo prolongari queat linea viſibilis verſus M. Tum poſito inſtrumento in D, ducitor angulus BDQ, qui, ſi ſe mathematicus vertat ad aliud latus, cerni poſſit verſus M; jubetorque famulus tamdui retro ire cis Q D M, ut is, qui eſt in P, videatur ab eo in recta linea P O; ubi baculus ponendus erit, vel ſignum aliquod in M; qui erit angulus optati munimenti. Eodem modo licebit invenire angulum E, ponendo inſtrumentum ad angulos rectos in B, & mandando famulo, qui ſignum M poſuit, propius accedere cis M P, donec mathematici occurrant viſui ea quæ fiunt in E. Atque ita in plano ponentur omnes partes munimenti B E M D. Vnde manifeſtum fit, quomodo aliud munimentum L F A C ſit delineandum.

Rectam prolongare ulterius quam viſus dirigitur.

DAta ſit linea O L, ponenda in plano, cum impedimento R S, ita ut viſus ibi impediatur, neque ulterius extendi queat, propter dictum impedimentum uſque in L; quæ debet eſſe terminus lineæ O L. Vt hoc accurate fiat, ducenda erit linea O G; ubi longitudo & magnitudo trianguli O L G angulorum dimetienda venit. Quo facto, ponitor inſtrumentum in G; ducitorque angulus L O G. Vel, quia L O G nondum inveniri poteſt, ponitor baculus in V. Tum, dimenſa G L, facto initio à G ad L, ponitor inſtrumentum in L; quod conſtituet angulum G L F; & tum linea tanget R S, ut in T; ubi ſignum notandum erit. Deinde inſtrumentum ponetur in O; viſoque angulo G O F, ubi radius radicalis tangit R S, punctum quoque ponetur, ut in X. Atque ita frons L F delineata erit, quod requirebatur.

Verum ut inveniatur dictum punctum L, abſque eo ut dimenſio G L inſtituatur; extendenda erit O G in H, & computandus angulus L H G. Ac proinde, inſtrumento poſito in dicto puncto T, apertum erit verſus angulum L H G. Tum poſitis ſignis in G & V, tam diu retro eundum erit cis lineam G V, donec occurritur radio viſibili T L; quod angulum optatum dabit.

Dimenſio anguli ad quem non datur aditus.

Figura XXV.

ESto angulus B; cujus magnitudo quærenda eſt, licet ad eum non detur aditus, propter impedimentum D E. Ut hoc fiat, ponitor inſtrumentum in C & A; & obſervantor anguli D A G, & E C A. Quibus conjunctis, & ab eorum toto ſubductis gradibus 180, reliquus erit angulus B. Facta autem dimenſione lineæ A C, auxilio dictorum angulorum & lineæ dictæ; poterunt inveniri lineæ A B, & B G. Si vero mathematicus foret extra locum, poterit invenire angulum B, ſi ponat inſtrumentum ita ut linea viſibilis G B A ſit recta tranſiens; tum poſito baculo in H & in G, tam diu ibit retro cis lineam C B, donec occurrat utrique baculo H & G; quod fiet in F. Tum obſervabit quales anguli F & G ſunt; atque operâ iſtorum angulorum tertius angulus B innoteſcet, per 32 propoſitionem lib. I. Euclidis.

Aream

Aream datam in plano delineare auxilio pyxidis nauticæ.

POſitâ ſupra præcedentem tabulam tabulâ delineatâ, obſervantor gradus cujuſque lateris, ponitorque curſor in angulis dictæ areæ. Tum, poſito inſtrumento ſive quadrante in A, ita ut latus I 3 reſpondeat dicto curſori, obſervator ubi figura A H interſecat marginem dicti quadrantis; quod in libello memoriali annotabitur. Vt hic, pictis primum gradibus lineæ A H, & tum longitudine ejus, ſcilicet,

AH —— —— —— 96 —— 48 } virg.
HB —— —— —— —— 16 }

Et pro A B ducetur linea meridionalis, ſumptâ ſolâ longitudine, quia nullam declinationem habet. Quare in dicta linea non niſi unicum punctum invenitur, quod innuit circuli initium. Quoniam autem curſor tangit punctum B, ponendus erit quadrans in dicto puncto, cum latere I 2. Et tum obſervabitur, ubinam linea B C quadrantem interſecet; & gradus ille notabitur in libello memoriali, donec circuitus ſit abſolutus.

Tum, ubi ventum fuerit ad locum, ubi dicta area in majori forma delineanda erit; primo ponenda erit pyxis nautica in eo gradu, quem libellus memorialis indicat, hoc eſt, ubi acus pyxidis nauticæ monſtrat, ſcilicet in 96 gradu; dimetiendo verſus H 48 virgas; qui numerus virgarum in libello memoriali notatus eſt è regione numeri graduum. Item abſque mutatione loci pyxidis nauticæ à puncto A volventur pinnulæ, ut per eas videri poſſit punctum B, ſi acus index eſt in gradu tabulæ. Tandem poſito baculo in linea viſibili, in ea tum dimetienda erit diſtantia quæ in memoriali libello eſt notata. Atque ita de loco in locum pergendo, habebitur quæſitum.

NOTA.

SI figura multangula foret, liceret ab ea ſecare eos quos occaſio loci admitteret, ut evitentur errores, quos fere angulorum multitudo requirit ac parit.

Verum ſi quis vellet in plano delineare figuram aliquam, quæ tangeret lineam ductam ubi planum munimenti locandum eſſet, vel ab ea declinaret; neceſſe erit, ut recedatur ab eo loco, & dimenſio fiat declinationis dictæ lineæ ibidem notatæ; quæ in tabulâ eo modo, quo in plano libuerit, notabitur. Deinde dicta tabula tantum mutabitur in menſa, ut linea dicta ſic ducta indicet eundem gradum qui in obſervatione inventus eſt. Et tum tabula affigitor menſæ ceræ pauxillo. Deinde obſervabuntur omnes anguli datæ figuræ, ut ſuprà docuimus. Atque ita obſervatione particulari facta in memoriali libello, etiã locus propoſitus invenietur, modo habeatur ratio ut pyxis nautica ſic moveatur loco, ut acus continuo indicet obſervationem in tabula factam. Atque ita abſolvetur optata figura.

Figura XXVII.

EOdem modo licebit deſcribere angulum ſupra aliquam lineam dati puncti, licet inde ducta linea videri non poſſit. Vt, ex. gr. eſto linea A B, & punctum, unde linea ducenda erit, fiatque angulus ſupra eam æqualis dato angulo C, unde cerni non poteſt linea A B. Quare ſumenda erit declinatio lineæ A B. Vnde manifeſtum evadet, in qua declinatione pyxis nautica in C ponenda ſit, ut haberi queat angulus C D A; & quam facile ſit à punctis A & C delineare angulum

angulum æqualem dato apparet, ſi ponatur primum pyxis nautica in puncto A, & viſus dirigatur verſus E, ubi baculus figendus erit. Tum, poſito velle quempiam habere angulum D, 102 graduum; quibus ſubductis ab 180 gradibus, reliquus ſit 78 graduum; quo addito obſervationi puncti A 252 graduum, totus ſit 330 gradus; in quibus poſitâ acu pyxidis nauticæ, quæ eſt in C, vertendo tam diu pyxidem dictam donec acus ejus ſe ſiſtat in 330 gradu; tum, directo viſu per pinnulas verſus D, & poſito in linea viſibili baculo, ut hic in F, donec occurratur A E, ut hic in D; habebitur quæſitus angulus 120 graduum. Notandum autem, literam I, notatam in pyxide nautica, eſſe verſus angulum D, ut factum eſt in obſervatione puncti A verſus eundem, & charactere 2 verſus D; habita ſemper ratione ejus quod ſuprà dictum eſt; ſcilicet ſemper vertendam eſſe pyxidem nauticam ab oriente in occidentem, juxta motum primi mobilis.

Propoſueram mihi hoc loco multas alias obſervationes ad Topographiam pertinentes deſcribere; verum temporis anguſtia impedivit. Quocirca ſufficient ea quæ dicta ſunt.

De Stereometria.

Tabula poſt quadrageſimam ſecundam prima.

Corpus ſive ſolidum eſt, quod longitudinem, latitudinem & altitudinem habet; ejuſque termini ſunt ſuperficies. Angulus ſolidus eſt concurſus multorum planorum in idem punctum; qui ſi prolongantur in eodem puncto, ſe invicem ſecant. Ut autem angulus ſolidus conſtituatur, plures quam duo requiruntur anguli. Vide punctum tertiæ figuræ. Notandum quoque, quod fieri non poteſt ut corpora deſcribantur in plana ſuperficie, niſi per Perſpectivam.

Euclides corpora in ſtereometria definivit. Verum, quum figuræ hic ſatis dilucide indicent ea quæ in definitionibus ejus traduntur, eas vel ſimiles explicabimus. Primum corpus, ſive ſolidum, vocatur Cubus; qui undique ex ſex quadratis factus eſt. Figura 4 & 14 eſt parallelepipedum, conſtans è ſex parallelogrammis, quorũ oppoſita ſunt æqualia. Figura 5, 6, 7, 19, ſunt rectæ pyramides, quia perpendicularis incidit à vertice in mediam baſin. Figuræ 11, 12, 13, ſunt pyramides obliquæ; & nomen ſortiuntur ex qualitate baſios. Quarum enim baſis triangulum eſt, vocantur pyramides triangulares; reliquæ ſunt quadrangulares, quinquangulares, &c. vel rotundæ, quæ propriè nominari poſſunt; Figura 8 eſt regulare octaedrum; comprehenditque octo triangula æquilatera & æqualia. Figura 9 eſt regulare dodecaedrum, comprehenſum à duodecim æquilateris & æqualibus quinquangulis.

Columna, eſt ſolidum ſive corpus comprehenſum intra duas æquales & parallelas ſuperficies, ejuſdem craſſitiei, rectaſque à ſuperficie ad ſuperficiem. Figuris 1, 4, 14, 15, 16, 17, 18.

Cylindrus eſt columna rotunda, ut 18 figurâ. Eſtque vel ſcalene, vel obliqua.

Rhombus conicus eſt 22 figurâ.

Diviſor ſphæræ eſt ſolidum duarum ſuperficierum, quarum altera eſt inſtar coni, cujus vertex eſt altera ſuperficies ſphærica. Figuris 24, 25. Verum vigeſimâ quartâ eſt diviſor major, & vigeſimâ quintâ diviſor minor. Medium ſolidi ſphærici vocatur Hemiſphærium. Figuris 28 & 29. Pars ſive ſectio ſphæræ eſt ſolidum duarum ſuperficierum, quarum altera plana, altera ſphærica eſt. Figuris 26 & 27. Et vigeſimâ ſextâ eſt ſectio ſive pars major. Idem quoque dici poterit de ſpheroeidibus. Figuris 34, 35, & 36.

Tabula

Tabula poſt quadrageſimam ſecundam tertia.

Esto figurâ 37 longitudo unius virgæ; & 38 quadratum, cujus unumquodque latus eandem habet longitudinem; 39 cubus, cujus latera quoque ſunt ejuſdem longitudinis. Tum in 37 dimetiendæ ſunt lineæ; in 38 ſuperficies; in 39 ſolida ſive corpora. Eſto 40, pars aliqua cubi, habens duas ſuperficies oppoſitas quadratas æquales & parallelas, humiliores Cubo; eſtque aliquomodo menſura corporum quæ plinthus vocatur. Et, ſi latus quadrati ſit unius virgæ, & altitudo unius pedis, tum vocatur plinthus, quæ eſt duodecima pars virgæ cubicæ, uti 39 & 41 figurâ eſt duodecima pars quadrageſimæ. Vt autem dimenſio corporum intelligi queat, abſque eo quod ſequendum erit præceptum Maroloſii, docebo generalia, ſcilicet, quod unumquodque eſt pyramidoeides, vel factum ex pyramidibus. Quoniam autem facilis eſt dimenſio & computatio columnarum; docebo, quomodo columnæ & pyramides dimetiendæ erunt.

Modus dimetiendi columnas.

Multiplicetur ſuperficies baſios cum altitudine, & factus, erit area columnæ. Nam, in 44 figura, ſi multiplicetur baſis 36 pedum quadratorum, cum altitudine 4; factus, eſt 144 pedum cubicorum. Atque idem in ſequentibus figuris ejuſdem tabulæ judicium eſto. Sic in 39, ſi multiplicetur baſis 148 cum altitudine CE; factus, erit area cylindri. In 50 figura ſi multiplicetur baſis ABCD cum altitudine BE vel AG; factus, erit area. Altitudo autem hic eſt perpendicularis à vertice ad baſin, quæ aliquando intra, aliquando extra baſin cadit. Eodem modo in 51 figura ſi multiplicetur profilum (id eſt, ichnographia vel forma, & prima deformatio) ABCD cum longitudine, factus erit area totius.

Modus dimetiendi pyramides.

Tabula quarta.

Multiplicetur baſis & altitudo inter ſe; & tertia pars facti, erit area pyramidis.

In 52 figura ſi multiplicetur baſis ABC cum altitudine DO; ⅓ facti erit area ejus. Vt vero eodem modo pyramidem reſectam dimetiamur, ut ACLKGF; fiat dimenſio pyramidum ALB & GFB; & differentia erit quæſitum.

Aliter dimetiri licet pyramides reſectas; quæ inventio mea eſt; & hic coronidis loco addetur. (Tabulę enim poſtremæ explicationem tradimus in Fortificatione Authoris; ubi demonſtravi errorem ejus quem commiſerat in dimenſione pyramidum duplicium. Quare Lector videat 1 fig. Tabulæ 17 Fortificationis; ubi computationem noſtram inveniet.)

In dimenſione igitur pyramidum reſectarum, additor operimentum GF, cum baſi LAK; & medium proportionale earum, & totus multiplicetur cum ⅓ altitudinis OM; & factus, erit area ejus. Vt, ex. gr. Eſto EF (latus quadrati) 5, & LC 11 pedes longum, & OM 18 pedes altum. Quoniam autem quadrata eſt, facilis erit operatio.

Factus ab FE, LC	- -	55
Quadratum ab FE	- -	25
Quadratum ab LC	- - -	121
Totus	- - -	201
$\frac{1}{3}$ ab OM	- - -	6

Factus eſt - - 1206 pro area pyramidis.

Figura 54 & 55 tabulæ 4 aptæ ſunt ad inveniendum punctum O. Vbi perpendicularis cadit à vertice in baſin pyramidis. Tria enim triangula abſque baſi ſunt in eodem plano, in 54 figura; & tres perpendiculares punctorum A, E, F, in tribus lateribus triangularis baſios B D C, concurrunt in eodem puncto O.

A GI-

A. GIRARD.

Lectori S.

CAuſſa, quæ me movit, commentarios facere in explicationes figurarum geometricarum Marolois, nulla alia fuit, quam quod dolebam, librum, tot tantiſque, tam Authoris quam Typographiæ incuria, erroribus ac nævis plenum, typis ſecundò mandatum iri; quum tamen, juvante Deo, ii vel emendari, vel explicationes prolixiores confici, vel dilucide ac perſpicue magis explicari poſſent; eoq; id magis, quod ſcientiam mathematicam potius, quam librorum amplificandi numerum, qui hoc ſæculo fere infinitus eſt, ardor in me flagrabat. Ingens igitur hæc librorum multitudo, fere ab hominibus ignaris & ſcientiarum imperitis (qui etiam inſomnia ſua non verentur typis mandare & in publicam lucem edere) cōſctiptorum deterruit animum meum, quo minus ab eo Geomerriam practicam methodo faciliori, ac magis perſpicua, quam quidem Author fecit noſter, conſcribendi impetrarem alacritatem. Ne tamen omnino ingratus erga patriam & proximū viderer, ſuo tempore noſtra Praxis mathematica in publicum prodibit; ut anſa mihi detur, probandi, numerum Mathematicorum tantum non eſſe, quantum quidem Honorarius de Meynier in jejunis ſuis Paradoxis, nuper editis, arbirratur. In iis hic, quæ nec ipſe vidit, nec audivit unquam, probare conatur; dum ſcientiam nihil proferre poſſe, quod non experientia per ſe ſola poſſit, audacter affirmar. In omnibus enim ſcientiis & artibus experientiam ipſi ſcientiæ præponit. Quod tamen fieri non poteſt; niſi forte in generalibus axiomatis matheſios formandis; (quæ ipſe in plurali Paradoxa nuncupat;) quæ ſane nullius vigoris ac momenti ſunt, & vix vel minimotum paradoxorum nomen merentur; & ſolummodo reſuſcitandæ deterrimæ Pyrrhoneorum ſectæ inſerviunt. Verum quoniam refutatio opinionis rabularum iſtorum non eſt hujus loci; permittam ipſis, ut adverſus eos, quos immerito Mathematicos vocant, buccam evomant. Haud aliter enim de Matheſi judicant, quam ſi eam nunquam vidiſſent. Quæ omnia obiter noto, ut eos, qui titulum Paradoxorum iſtorum viderint, commonefaciam, ne tituli fucati promiſſis decipiantur. Dum enim Mathematicos innuit, non intelligit peritos & gnaros divinæ iſtius ſcientiæ, ſed miſeros & egenos ludimagiſtros, qui aliquando panis lucrandi gratia diſcipulos & tirunculos ſuos regulam auream vel elementa Euclidis 6 libris prioribus rradita, edocent. Quod ad alphabetum Geometrię attinet, de eo multa κατ' ὕστερον πρότερον proponit. Dumq; ſciolos Mathematicos alios vocat, divinæ arti vim facit; præſertim quoque, quum Mathematicos juventuti imponere impudenter affirmat; quum tamen vix ullam mentionem ejus in libro ſuo faciat, & ne umbratilem quidem ſcientiam matheſios habuiſſe videatur. Calumniatur religioni reformatæ addictos, & hæreticos eos eſſe exclamat; ſaltando laxis habenis à bove ad aſinum, ut favorem Cardinalis alicujus, cui librum ſuum in forma mendicabuli dedicat, aucupetur. Tandem facto fine hujus monitionis, Opus hoc qualecumq; Lectori benevolo committo; rogoque, ut ſincero vultu excipere dignetur.

F I N I S.

Digitized by Google